

Десятый класс

10.1. На доске написано число 543254325432. Некоторые цифры стерли так, чтобы получить наибольшее возможное число, делящееся на 9. Чему равно это наибольшее число?

10.2. Найдите все пары чисел x , y , для которых выполнено равенство

$$\sqrt{x-y} + \sqrt{y-x} = x + y + 1$$

10.3. Существует ли треугольник, у которого длины всех сторон и всех высот являются целыми числами?

10.4. Петя составляет «таблицу умножения». Слева от таблицы он написал натуральные числа от 10 до 75 включительно, сверху – от 11 до 48 включительно. После чего записал в таблицу соответствующие произведения пар чисел. Сколько из выписанных произведений являются четными числами?

10.5. Точка D – середина стороны AC треугольника ABC , DE и DF – биссектрисы треугольников ADB и CDB . Докажите, что $EF \parallel AC$.

Одиннадцатый класс

11.1. По дороге едут велосипедисты: на запад – Вася и Петя с равными между собой скоростями, а на восток – Коля и Миша с равными между собой скоростями. Вася встретился с Мишей в 12.00, Петя с Мишей – в 15.00, Вася с Колей – в 14.00. Когда встретились Петя с Колей?

11.2. В мешке лежат 26 синих и красных шаров. Среди любых 18 шаров есть хотя бы один синий, а среди любых 10 шаров есть хотя бы один красный. Сколько красных шаров в мешке?

11.3. При каких значениях параметра a система уравнений
$$\begin{cases} x - a = 1 \\ \sqrt{x} + \sqrt{a} = 1 \end{cases}$$
 имеет решения?

11.4. Среднее арифметическое десяти различных натуральных чисел равно 15. Найдите наибольшее возможное значение наибольшего из этих чисел.

11.5. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S $SA/AB=2$. Проведены высота AD треугольника SAB и медиана BM треугольника ABC . Найдите отношение MD/BD .

