

## Критерии оценивания.

7 баллов -Получен правильный ответ. Приведено полное, правильное решение. Все шаги обоснованы и верны.

6 баллов – Получен правильный ответ. Приведено полное, правильное решение. Один из шагов решение пропущен или не обоснован.

4 баллов – Получен правильный ответ. Приведено правильное решение, но не полное. Пропущено несколько шагов решения, или обоснование приведенного решение не точно (с описками, недочетами).

3 балла – Приведено правильное решение, но допущена одна вычислительная ошибка, которая привела к не правильному ответу. Шаги решения приведены.

1 балла – Приведен правильный ответ, без обоснования, или рассмотрен частный случай.

0 баллов – Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

## Решение:

### Задача №1.

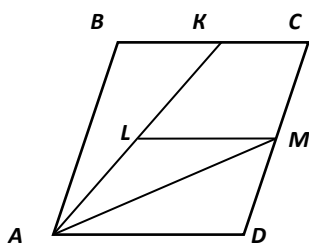
Пусть первоначальное число станков было  $x$ , а число оставшихся станков было  $y$ . По условию задачи составим уравнение

$$x \cdot \frac{100-y}{100} = y, \text{ которое преобразуем к виду } x = \frac{1000}{100-y} - 100. \text{ Чтобы}$$

получить наименьшее значение  $x$ , необходимо выбрать знаменатель  $100 - y$  наибольшим. Перебирая все делители числа 10000, которые меньше 100, получим число 80. Следовательно,  $100 - y = 80$ , откуда  $y = 20$ . Тогда  $x = 25$ .

Ответ:25

### Задача №2.



Проведем

в трапеции  $AKCD$  среднюю линию  $ML$ , которая параллельна основаниям трапеции.

Треугольник  $AML$  он равнобедренный, т.к.  $AL = \frac{1}{2} AK = 3\text{см}$  и  $AM = 3\text{см}$ , с углом при вершине, равным  $60^\circ$ , но тогда он еще и равносторонний. Поэтому,  $ML = 3\text{см}$ . Точка  $K$  – середина  $BC$ , обозначим  $KC = x$ , тогда  $AD = 2x$ .

По свойству средней линии трапеции имеем:  $\frac{2x+x}{2} = 3$ , откуда  $x = 2\text{см}$ , а значит  $AD = 4\text{см}$ .

**Ответ:** 4см.

### Задача №3.

Прибавим к обеим частям равенства  $2ac$ , получим  $a^2 + c^2 + 2ac = 5ac$ ,  $(a+c)^2 = 5ac$ . Найдем квадрат разности этих чисел:

$$a^2 + c^2 - 2ac = ac, \quad (a-c)^2 = ac. \quad \text{Поэтому} \quad \left(\frac{a+c}{a-c}\right)^2 = \frac{5ac}{ac},$$
$$\left(\frac{a+c}{a-c}\right)^2 = 5 \quad \text{откуда} \quad \frac{a+c}{a-c} = \sqrt{5}, \quad \text{учитывая условие} \quad a > c > 0.$$

Ответ: 5

### Задача №4.

Известно, что  $\arctg 1 = \frac{\pi}{4}$ . Поэтому достаточно найти сумму

$(\arctg 2 + \arctg 3)$ . Обозначим  $\arctg 2 = \alpha$  и  $\arctg 3 = \beta$ , тогда  $\tg \alpha = 2$ ,  $\tg \beta = 3$ .

Используя формулу  $\tg(\alpha + \beta)$  и полученные равенства, имеем:

$$\tg(\alpha + \beta) = \frac{2+3}{1-2 \cdot 3} = -1, \quad \text{Но } \alpha \text{ и } \beta \text{ принадлежат промежутку } (0; \frac{\pi}{2}),$$

поэтому

сумма  $(\alpha + \beta)$  принадлежит промежутку  $(0; \pi)$ . Следовательно,  $(\alpha + \beta) = \frac{3\pi}{4}$ , тогда  $\arctg 2 + \arctg 3 = \frac{3\pi}{4}$ , а исходная сумма равна  $\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi$ .

Ответ:  $\pi$ .

### Задача №5.

Преобразуем выражение

$(a^2 + b^2)^2 + 7a^2b^2 = a^4 + b^4 + 9a^2b^2 = a^4 + b^4 - 2a^2b^2 + 11a^2b^2 = (a^2 - b^2)^2 + 11a^2b^2$ . Известно, что  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ , а так как разность этих чисел делится на 11, то и выражение  $(a^2 - b^2)^2$  делится на 11. Значит, их сумма делится на 11.