

Районная олимпиадная работа в 10 – 11 классах

1. Петя вскапывает грядку на  $a$  минут дольше, чем это делает вместе с Васей. Вася вскапывает ту же грядку на  $b$  минут дольше, чем он это сделал бы вместе с Петей. За сколько минут вскапывают ту же грядку Вася и Петя вместе?
2. Найти натуральные  $a, b, c, d$ , удовлетворяющие системе
$$\begin{cases} ab + cd = 34, \\ ac - bd = 19. \end{cases}$$
3. В левом нижнем углу шахматной доски  $8 \times 8$  стоит король. Он может ходить на одну клетку либо вправо, либо вверх, либо по диагонали – вправо и вверх. Сколькими путями король может пройти в правый верхний угол доски, если его маршрут не должен содержать клетки, расположенные по разные стороны от диагонали, идущей из левого нижнего в правый верхний угол доски?
4. Баба Яга и Кащей Бессмертный собирали мухоморы. Общее число крапинок на мухоморах Бабы Яги оказалось в 13 раз больше, чем у Кащея. Когда Баба Яга отдала Кащею мухомор с наименьшим количеством крапинок, на ее мухоморах стало в 8 раз больше крапинок, чем у Кащея. Доказать, что у Бабы Яги было не более 23 мухоморов
5. Хорда удалена от центра окружности на расстояние  $h$ . В каждый из двух сегментов круга, стягиваемый этой хордой, вписан квадрат так, что пара его соседних вершин лежит на хорде, а другая пара соседних вершин – на соответствующей дуге окружности. Найдите разность длин сторон квадратов.