

Признаки делимости

Выполнили:
обучающиеся 6, 11 классов

Актуальность

Признаки делимости помогают, не выполняя деление, установить, делится ли одно натуральное число на другое.

Гипотеза

Если можно определить делимость натуральных чисел на 2,3,5,9,10, то должны быть признаки, по которым можно определить делимость натуральных чисел на другие числа.

Объект исследования-
делимость натуральных чисел.

Предмет исследования-
**применение признаков делимости
при решении задач.**



Цель исследования

**Дополнение уже известных
признаков делимости натуральных
чисел нацело, изучаемые в школе.**

Задачи

- 1) Познакомится с различными признаками делимости.**
- 2) Систематизировать полученную информацию.**
- 3) Обобщить результаты исследования.**
- 4) Создать буклет с задачами ЕГЭ на применение признаков делимости.**

Признак делимости —
правило, позволяющее быстро
определить, является ли число
кратным заранее заданному
числу, без необходимости
выполнять деление.

Свойства делимости

- 1. Всякое число a , отличное от нуля, делится само на себя.**
- 2. Нуль делится на любое b , не равное нулю.**
- 3. Если a делится на b и b делится на c , то a делится на c .**
- 4. Если a делится на b и b делится на a , то числа a и b либо равны, либо противоположны.**

Признаки делимости натуральных чисел, изучаемые в школе

```
graph TD; A[Признаки делимости натуральных чисел, изучаемые в школе] --> B[На 2]; A --> C[На 3 (9)]; A --> D[На 5]; A --> E[На 10];
```

На 2

Если число
оканчивается
на 0, 2, 4, 6, 8

На 3 (9)

Если
сумма
цифр
делится
на 3 (9)

На 5

Если число
оканчивается
на 0 или 5

На 10

Если число
оканчивается
на 0

Признак делимости на 6

Число делится на 6 тогда и только тогда, когда оно делится на 2 и на 3.

Признак делимости на 4

Число делится на 4 тогда и только тогда, когда число из двух последних его цифр нули или делится на 4.

Признаки делимости на

**7, 8, 11, 13, 17, 18, 19, 23, 30, 37,
59, 79, 99, 100**

Признак делимости на 7

Число делится на 7 тогда и только тогда, когда результат вычитания удвоенной последней цифры из этого числа без последней цифры делится на 7 (например, 259 делится на 7, так как $25 - (2 \cdot 9) = 7$ делится на 7).

Признак делимости на 8

Число делится на 8 тогда и только тогда, когда три его последние цифры - нули или образуют число, которое делится на 8.

Признак делимости на 11

Число делится на 11 тогда и только тогда, когда сумма цифр с чередующимися знаками делится на 11 (то есть 182919 делится на 11, так как $1 - 8 + 2 - 9 + 1 - 9 = -22$ делится на 11) — следствие факта, что все числа вида $10n$ при делении на 11 дают в остатке $(-1)n$.

Признак делимости на 12

Число делится на 12 тогда и только тогда, когда оно делится на 3 и на 4.

Признак делимости на 13

Число делится на 13 тогда и только тогда, когда число его десятков, сложенное с учетверённым числом единиц, кратно 13 (например, 845 делится на 13, так как $84 + (4 \cdot 5) = 104$ делится на 13).

Признак делимости на 14

Число делится на 14 тогда и только тогда, когда оно делится на 2 и на 7.

Признак делимости на 15

Число делится на 15 тогда и только тогда, когда оно делится на 3 и на 5.

Признак делимости на 17

Число делится на 17, если разность-это число без его последней цифры минус его последняя цифра, умноженная на 5, — делится на 17 .

Признак делимости на 18

Число делится на 18, когда оно делится и на 2, и на 9. Например число 9846 делится на 18, так как оно делится и на 2, и на 9.

Признак делимости на 19

Число делится на 19, если сумма — это число без его последней цифры плюс удвоенная последняя цифра — делится на 19 (например число 874 делится на 19, так как $874:87+2+4=87+8=95=9+2*5=19$)

Признак делимости на 23

Число делится на 23 тогда и только тогда, когда число

сотен, сложенное с утроенным числом, образованным двумя последними цифрами, делится

на 23. Например, 28842 делится на 23, так как на 23 делятся $288 + 3 \cdot 42 = 414$ и $4 + 3 \cdot 14 = 46$.

Признак делимости на 30

Число делится на 30 тогда и только тогда, когда оно заканчивается на 0, и сумма всех цифр делится на 3.

Признак делимости на 37

Число делится на 37 тогда и только тогда, когда при разбивании числа на группы по три цифры (начиная с единиц) сумма этих групп кратна 37.

Признак делимости на 59

Число делится на 59 тогда и только тогда, когда число

десятков, сложенное с числом

единиц, умноженное на 6,

делится на 59. Например, 767

делится на 59, так как на 59

делятся $76 + 6 \cdot 7 = 118$ и $11 + 6 \cdot 8$

$= 59$.

Признак делимости на 79

Число делится на 79 тогда и только тогда, когда число десятков, сложенное с числом единиц, умноженное на 8, делится на 79. Например, 711 делится на 79, так как на 79 делятся $71 + 8 \cdot 1 = 79$.

Признак делимости на 99

Число делится на 99 тогда и только тогда, когда на 99

делится сумма чисел,

образующих группы по две цифры (начиная с единиц).

Например, 12573 делится на 99, так как на 99 делится $1 + 25 + 73 = 99$.



СПАСИБО ЗА

ВНИМАНИЕ!

Признак Паскаля

Б. Паскаль (1623–1662), французский математик и физик. Алгоритм для нахождения признаков делимости любого целого числа на любое другое целое число, который опубликовал в трактате "О характере делимости чисел".



Типы

```
graph TD; A[Типы] --> B[Задачи с промежутками]; A --> C[Задачи с прямым применением признаков делимости]; A --> D[Задачи с несколькими условиями]; A --> E[Задачи с вычёркиванием цифр]; A --> F[Задачи с составлением числа из данных цифр]; A --> G[Задачи в «клеточку»];
```

**Задачи с
промежутками**

**Задачи с
прямым
применением
признаков
делимости**

**Задачи в
«клеточку»**

**Задачи с
нескольким
и условиями**

**Задачи с
вычёркивани
ем цифр**

**Задачи с
составлением
числа из данных
цифр**

Пример к задачам с промежутками :

Найдите четырёхзначное число, большее 6000, но меньше 8000, которое делится на 18 и каждая следующая цифра которого меньше предыдущей. В ответе укажите какое–нибудь одно такое число.

РЕШЕНИЕ

$18 = 2 \cdot 9$, т.е. оно должно делиться и на 2, и на 9, значит это число четное и сумма цифр делится на 9.

Число должно начинаться с 7. Из чисел расположенных между 6000 и 8000, делящихся на 18 более всего подходит 7542.

ОТВЕТ:7542

Пример к задачам с составлением числа из данных цифр :

Найдите наименьшее восьмизначное число, которое записывается только цифрами 0 и 1 и делится на 30.

РЕШЕНИЕ:

$30 = 10 * 3$, число должно оканчиваться на 0 и делиться на 3.

Чтобы число делилось на 3 сумма цифр этого числа должна делиться на 3

Значит достаточно трех единиц в записи числа.

10 000 110 – наименьшее число кратное 3.

ОТВЕТ: 10 000 110

Пример к задачам с вычёркиванием цифр:

Вычеркните в числе 35242345 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 12. В ответе укажите какое-нибудь одно получившееся число.

РЕШЕНИЕ:

Дано число 35242345.

$12=3 \cdot 4$, значит оно делится и на 3, и на 4.

Зачеркиваем 5, так как 45 не делится на 4.

Зачёркиваем предпоследнюю цифру, получаем: 352424.

Продолжаем проверку, 24 делится на 4 ($24:4=6$), значит, всё число делится на 4.

Посчитаем сумму цифр в получившемся числе: $3+5+2+4+2+4=20$ – не делится на 3, значит, надо убрать такую цифру (это может быть 3, 5, 2 и 4), чтобы оно делилось на 3.

$20-5=15$ – делится, значит можно зачёркивать цифру 5.

$20-2=18$ – делится, значит можно зачёркивать цифру 2, при чём, если убирать предпоследнюю цифру 2, то полученное число так же будет делиться на 4.

$20-4=16$ – не делится.

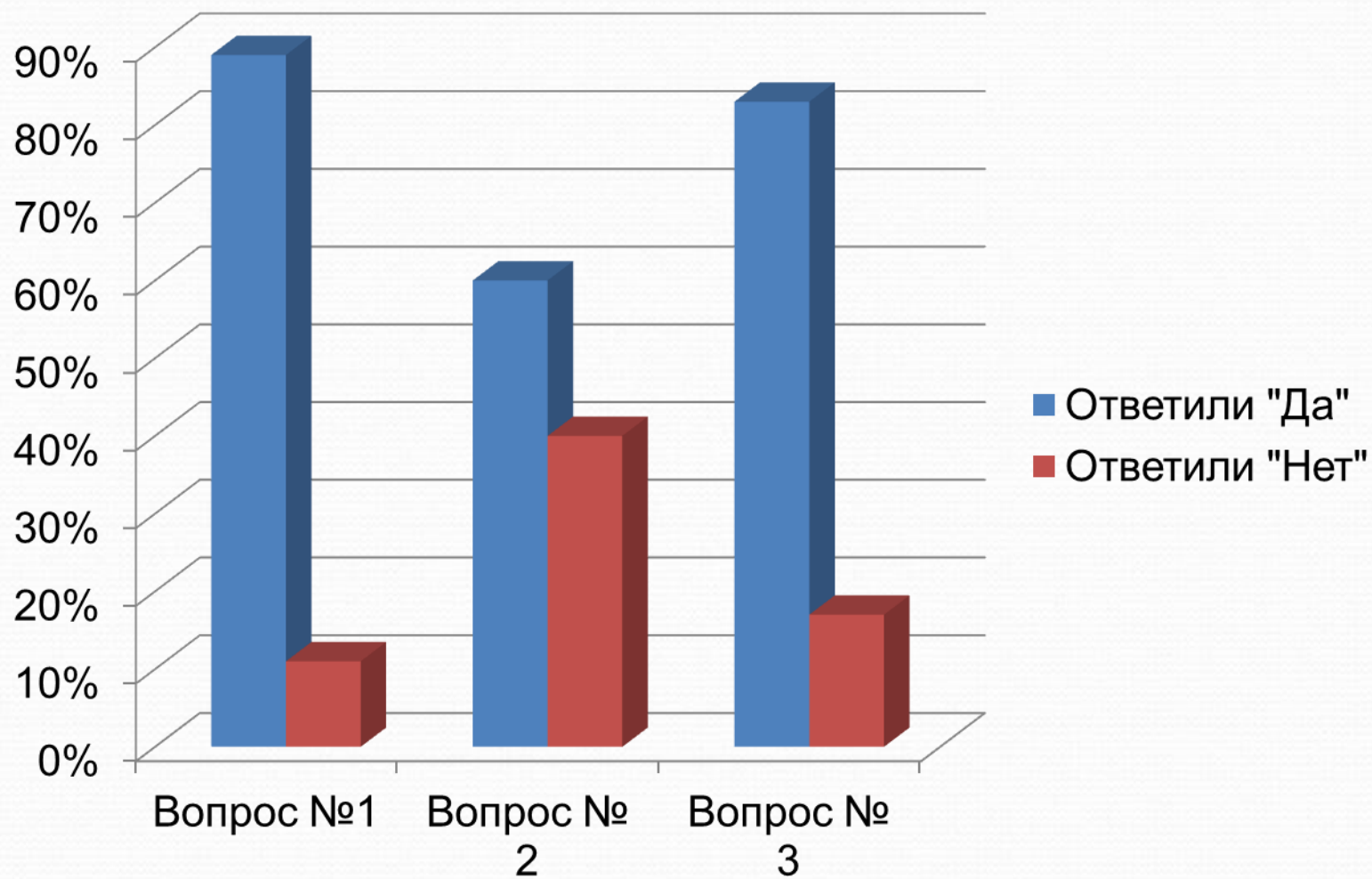
Таким образом, числа могут быть такими: 32424, 35424, 35244.

ОТВЕТ: 35244.

Вопросы

- 1) Существуют ли другие признаки делимости отличные от тех, которые изучались на уроке?**
- 2) Есть ли универсальный признак делимости для любого числа?**
- 3) Хотели бы вы узнать другие признаки делимости?**
- 4) Какие признаки делимости вам знакомы?**

Анкетирование





СПАСИБО ЗА

ВНИМАНИЕ!