Проект урока обобщающего повторения по теме «Логарифмы» (10–11 класс)

Основная цель урока: сформировать у учащихся целостное представление о свойствах логарифмов.

Комментарий для учителя. Содержание урока соответствует ФГОС и может варьироваться учителем в зависимости от учебной ситуации в классе, а также выбранной содержательно-методической линии. Предлагаемый проект урока не связан ни с одним учебником, является универсальным и может быть использован в 10 или 11 классе.

Первый блок заданий

Решить уравнение.

1.1.$\log_{\frac{1}{7}}(7-x)=-2$.

1.2.$\log_5(7-x)=\log_5(3-x)+1$.

1.3.$\log_3(2-x)=\log_2 0{,}5+\log_3(3x+6)$.

1.4.$\log_{\frac{1}{2}}x+2\log_2 x=4$.

1.5.$(\log_4(3x-4)-\log_4(x+6))\cdot\log_5 x=0$.

1.6.$2^{\log_8(5x-3)}=4$.

Краткое решение.

1.1.$\log_{\frac{1}{7}}(7-x)=-2$, $7-x=\left(\frac{1}{7}\right)^{-2}$, $7-x=49$, $x=-42$.

1.2.$\log_5(7-x)=\log_5(3-x)+1, \log_5(7-x)=\log_5(3-x)+\log_5 5$, $\log_5(7-x)=\log_5(5(3-x))$, $\log_5(7-x)=\log_5(15-5x)$, $7-x=15-5x$, $5x-x=15-7, 4x=8, x=2$.Проверкой убеждаемся, что 2 — корень уравнения.

1.3. $\log_3(2-x)=\log_2 0{,}5+\log_3(3x+6)$, $\log_3(2-x)=-1+\log_3(3x+6)$, $\log_3(2-x)=\log_3\frac{1}{3}+\log_3(3x+6)$, $\log_3(2-x)=\log_3(x+2)$, $2-x=x+2$, $x=0$. Проверкой убеждаемся, что 0 — корень уравнения.

1.4.$\log_{\frac{1}{2}}x+2\log_2 x=4, -\log_2 x+2\log_2 x=4, \log_2 x=4$, $x=16$.

1.5.$(\log_4(3x-4)-\log_4(x+6))\cdot\log_5 x=0$,$(\log_4(3x-4)-\log_4(x+6))=0$или $\log_5 x=0, \log_4(3x-4)=\log_4(x+6)$ или $x=1$, $3x-4=x+6$или $x=1$, $x=5$ или $x=1$.Проверкой убеждаемся, что 5 — корень уравнения.

1.6.$2^{\log_8(5x-3)}=4$, $8^{\frac{1}{3}\log_8(5x-3)}=4$, $(5x-3)^{\frac{1}{3}}=4$, $5x-3=64$, $5x=67$, $10x=134$, $x=13{,}4$.

Комментарий для учителя. Выбор предложенных заданий определён необходимостью методически предупредить ошибку, связанную с формальным пониманием алгоритма решения логарифмических уравнений — «отбросить логарифмы».
Классический пример, который можно предложить ученикам, — решить уравнение $\log_2 x + \log_2 x = \log_2 x$. Если применить «отбрасывание логарифмов», то получится $x + x = x, x = 0$. А теперь становится очевидно, что 0 точно не может быть корнем этого уравнения, а вот число 1 – его корень.

Второй блок заданий

Найти значение выражения.
2.1.$\log_{14} 2 + \log_{14} 7$.
2.2.$\log_2 36 - \log_2 9$.
2.3.$\log_8 4 + \log_{27} 81$.
2.4.$lg0{,}5 + lg2$.
2.5.$\log_2 \log_3 81$.
2.6.$\log_5 16 \cdot \log_2 5$.

Краткое решение.

2.1.$\log_{14} 2 + \log_{14} 7 = \log_{14}(2 \cdot 7) = \log_{14} 14 = 1$.

2.2.$\log_2 36 - \log_2 9 = \log_2 \left(\frac{36}{9}\right) = \log_2 4 = 2$.

2.3.$\log_8 4 + \log_{27} 81 = \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{6}{3} = 2$.

2.4.$lg0{,}5 + lg2 = \lg(0{,}5 \cdot 2) = lg1 = 0$.

2.5.$\log_2 \log_3 81 = \log_2 4 = 2$.

2.6. $\log_5 16 \cdot \log_2 5 = \frac{\log_2 16}{\log_2 5} \cdot \log_2 5 = \log_2 16 = 4$.

Третий блок заданий

Решить практикоориентированную задачу.
3.1. В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора$C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф.Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением$R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе$U_0 = 16$кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое формулой$t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где$\alpha = 0{,}7$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошла 21 с. Ответ дайте в киловольтах.
3.2. Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне

$T_п = 20^0$С, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m = 0{,}2$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается от начальной температуры$T_в = 100^0$С до температурыT, причём

$$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_в - T_п}{T - T_п},$$

где $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot {}^0\text{С}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 42 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot {}^0\text{С}}$ —коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1{,}4$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 28 м.

Краткое решение.

3.1. Выполняя подстановку заданных в условии задачи значений в указанную формулу$t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$, получаем: $21 = 0{,}7 \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \log_2 \frac{16}{U}$, $3 = \log_2 \frac{16}{U}$, $\frac{16}{U} = 8, U = 2$.

3.2. Выполняя подстановку заданных в условии задачи значений в указанную формулу$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_в - T_п}{T - T_п}$,получаем:$28 = 1{,}4 \cdot \frac{4200 \cdot 0{,}2}{42} \log_2 \frac{100-20}{T-20}, 1 = \log_2 \frac{80}{T-20}$, $T - 20 = 40$, $T = 60$.

Четвёртый блок заданий

Найти область допустимых значенийпеременной xв выражении.

4.1.$\log_x(7 - x)$

4.2.$\log_5(3 - x) + \log_2(2x + 4)$

4.3.$\log_7(9 - x^2) - \log_7(3x - 6)$

4.4.$\frac{1}{x} \cdot \log_2(x + 1)$

Краткое решение.

4.1. $\log_x(7 - x), x > 0, x \neq 1, 7 - x > 0$, т.е.$(0; 1) \cup (1; 7)$.

4.2.$\log_5(3 - x) + \log_2(2x + 4)$, $3 - x > 0$, $2x + 4 > 0$,т.е.$(-2; 3)$.

4.3.$\log_7(9 - x^2) - \log_7(3x - 6)\,, 9 - x^2 > 0, 3x - 6 > 0$,т.е.$(2; 3)$.

4.4.$\frac{1}{x} \cdot \log_2(x + 1), x \neq 0, x + 1 > 0$,т.е.$(-1; 0) \cup (0; +\infty)$.

Пятый блок заданий

Резервное задание. Решить неравенство.

5.1.$(x^2 - 5) \cdot \log_{\sqrt{x}+1} 0{,}005 \geq 0$.

Краткое решение.

При всех допустимых значениях переменной основание логарифма принимает значения большие 1, значит все его значения для числа 0,005 отрицательные. Следовательно, второй множитель в левой части неравенства принимает только отрицательные значения, и тогда неравенство равносильно системе $\begin{cases} x^2 - 5 \le 0, \\ x \ge 0, \\ x \ne 0. \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 5 \le 0, \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) \le 0, \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} \le x \le \sqrt{5}, \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \le \sqrt{5}.$

Домашнее задание(ориентировочное время выполнения **15 минут**)

1. Решитеуравнение$\log_{0,5}(-2x + 4) = -3$.
2. Решитеуравнение$\log_3 2 + \log_3(x - 1) = \log_3(x + 7)$.
3. Найдите значение выражения $\log_{15} 3 + \log_{15} 5$.
4.Найдите значение выражения$\log_5 75 - \log_5 3$.
5. Найдите значение выражения$4^{\log_2 3}$.
6.Водолазный колокол, содержащий $v = 2$моля воздуха при давлении $p_1 = 1{,}5$атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется формулой $A = \alpha v T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 5{,}75\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ — постоянная,$T = 300K$ — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 6900 Дж.

Краткое решение.

1. $\log_{0,5}(-2x + 4) = -3,\ -2x + 4 = 0{,}5^{-3},\ -2x + 4 = 8,\ -2x = 4,\ x = -2.$

2. $\log_3 2 + \log_3(x - 1) = \log_3(x + 7),\ 2(x - 1) = x + 7,\ x = 9.$ Проверкой убеждаемся, что 9 — корень уравнения.

3. $\log_{15} 3 + \log_{15} 5 = \log_{15}(3 \cdot 5) = \log_{15} 15 = 1.$

4. $\log_5 75 - \log_5 3 = \log_5\left(\frac{75}{3}\right) = \log_5 25 = 2.$

5. $4^{\log_2 3} = (2^2)^{\log_2 3} = 2^{2\cdot\log_2 3} = (2^{\log_2 3})^2 = 3^2 = 9.$

6. Выполняя подстановку заданных в условии задачи значений в указанную формулу$A = \alpha v T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$,получаем:$6900 = 5{,}75 \cdot 2 \cdot 300 \cdot \log_2\left(\frac{p_2}{1{,}5}\right),\ \ 23 = 11{,}5 \cdot \log_2\left(\frac{p_2}{1{,}5}\right),$

$2 = \log_2\left(\frac{p_2}{1{,}5}\right), \qquad \frac{p_2}{1{,}5} = 4, \qquad p_2 = 6.$