Проект урока обобщающего повторения по теме
«Свойства арифметического квадратного корня» (10–11 класс)

Основная цель урока: обобщить у учащихся сформированные знания о свойствах арифметического квадратного корня с учётом применения свойств к решению задач базового уровня.

Комментарий для учителя. Содержание урока соответствует ФГОС и может варьироваться учителем в зависимости от учебной ситуации в классе, а также выбранной содержательно-методической линии. Предлагаемый проект урока не связан ни с одним учебником, является универсальным и может быть использован в 10 или 11 классе.

Первый блок заданий

Решить уравнение.
1.1.$\sqrt{2x-3}=5$.
1.2.$\sqrt{\frac{1}{3x-8}}=\frac{1}{2}$.
1.3.$\sqrt{2x-3}\cdot\left(\sqrt{x-2}-3\right)=0$.
1.4.$\sqrt{2x+3}=x$.
1.5.$\sqrt{x^2-5}-\sqrt{5x-11}=0$.

Краткое решение.

1.1. $\sqrt{2x-3}=5, 2x-3=25,\ 2x=28,\ x=14$.

1.2.$\sqrt{\frac{1}{3x-8}}=\frac{1}{2}, \frac{1}{3x-8}=\frac{1}{4},\ 3x-8=4,\ 3x=12,\ x=4$.

1.3.$\sqrt{2x-3}\cdot\left(\sqrt{x-2}-3\right)=0, 2x-3=0, x=1{,}5, \sqrt{x-2}=3,\ x-2=9, x=11$.
Проверкой убеждаемся, что 11 – корень уравнения.

1.4.$\sqrt{2x+3}=x, 2x+3=x^2,\ x^2-2x-3=0, x=-1, x=3$.
Проверкой убеждаемся, что 3 – корень уравнения.

1.5.$\sqrt{x^2-5}-\sqrt{5x-11}=0,\ \sqrt{x^2-5}=\sqrt{5x-11}, x^2-5=5x-11,$
$x^2-5x+6=0, x=2, \qquad x=3.$
Проверкой убеждаемся, что 3 – корень уравнения.

Комментарий для учителя. Выбор предложенных заданий определён необходимостью методически предупредить ошибку, связанную с формальным пониманием алгоритма решения иррациональных уравнений —выполнение проверки.
Неверное понимание того, что отрицательные числа — посторонние корни для иррационального уравнения, предупреждается тем, что для решения предлагаются

уравнения, корнями уравнения-следствия которых оказываются и только положительные числа, но среди них есть посторонний.
Выбор способа установления, какое число будет корнем уравнения, остаётся за учеником.

Второй блок заданий

Найти значение выражения.
2.1.$\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}$.
2.2.$\sqrt{32}\cdot\sqrt{4{,}5}$.
2.3.$\sqrt{17+\sqrt{64}}$.
2.4.$(\sqrt{17}-2)(\sqrt{17}+2)$.
2.5.$\sqrt{52^2-20^2}$.

Краткое решение.

2.1.$\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}=\sqrt{3\cdot 27}=\sqrt{81}=9$.

2.2. $\sqrt{32}\cdot\sqrt{4{,}5}= \sqrt{32}\cdot\sqrt{\frac{9}{2}}=\sqrt{\frac{32\cdot 9}{2}}=\sqrt{16\cdot 9}=\sqrt{16}\cdot\sqrt{9}=4\cdot 3=12$.

2.3. $\sqrt{17+\sqrt{64}}=\sqrt{17+8}=\sqrt{25}=5$.

2.4. $\left(\sqrt{17}-2\right)\left(\sqrt{17}+2\right)=17-4=13$.

2.5.$\sqrt{52^2-20^2}=\sqrt{(52-20)(52+20)}=\sqrt{32\cdot 72}=\sqrt{4\cdot 16\cdot 36}=2\cdot 4\cdot 6=48$.

Третий блок заданий

Решить практикоориентированную задачу.
3.1. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону$H(t)=H_0-\sqrt{2gH_0}kt+\frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0=20$м — начальная высота столба воды, $k=\frac{1}{50}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g=10\text{ м/с}^2$). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?
3.2. При движении ракеты её видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону$l=l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0=5$м — длина покоящейся ракеты, $c=3\cdot 10^5$*км*/*с* — скорость света, а *v* — скорость ракеты (в *км*/*с*). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы её наблюдаемая длина стала не более 4 *м*? Ответ дайте в *км*/*с*.

Краткое решение.

3.1. Выполняя подстановку заданных в условии задачи значений в указанную формулу$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, получаем:

$$\frac{1}{4} \cdot 20 = 20 - \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20} \cdot \left(\frac{1}{50}\right) t + \frac{10}{2}\left(\frac{1}{50}\right)^2 t^2$$

$$5 = 20 - 20 \cdot \frac{1}{50} t + 5 \cdot \left(\frac{1}{50}\right)^2 t^2, \left(\frac{1}{50}\right)^2 \cdot t^2 - 4 \cdot \frac{1}{50} t + 4 = 1,$$

$$t^2 - 4 \cdot 50 \cdot t + 3 \cdot 50^2 = 0, t = 50,\ t = 150.$$

По физическому смыслу задачи искомым значением будет меньшее из найденных чисел, т.е. 50.

Комментарий для учителя. Мы уже обращали внимание в нашем курсе на важность интерпретации получаемого результата. В данном случае необходимо исходить из того, что если бы вместе с открытием крана был включён секундомер, то четверть объёма останется при достижении меньшегоt.
Этому моменту решения задачи необходимо отвести достаточное время на уроке для понимания!

3.2. Выполняя подстановку заданных в условии задачи значений в указанную формулу$l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$,получаем:$4 = 5\sqrt{1 - \frac{v^2}{(3 \cdot 10^5)^2}}$, $\frac{4}{5} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{(3 \cdot 10^5)^2}}$, $\frac{16}{25} = 1 - \frac{v^2}{(3 \cdot 10^5)^2}$,

$$\frac{9}{25} = \frac{v^2}{(3 \cdot 10^5)^2}, \qquad \frac{3}{5} = \frac{v}{3 \cdot 10^5}, \qquad v = \frac{9}{5} \cdot 10^5, \qquad v = \frac{18}{10} \cdot 10^5, \qquad v = 180000.$$

Комментарий для учителя. Целесообразно обратить внимание школьников на преобразования ведущие к более рациональным подсчётам значения v, чем его непосредственное вычисление.
Часто приходится видеть работы, где ученик сначаланачинает возводить во вторую степень знаменатель дроби и приводить к общему знаменателю разность, находящуюся под знаком корня. Может, эти преобразования и будут верными, но на их выполнение придется потратить много времени (что в условиях экзамена является дефицитом).

Четвёртый блок заданий

Найти область допустимых значенийпеременной xв выражении.
4.1.$\sqrt{4x - 12}$.
4.2.$\frac{1}{\sqrt{7-x}}$.
4.3.$\sqrt{2x - 4} + \sqrt{9 - 3x}$.
4.4.$\sqrt{5 - x} + \frac{1}{\sqrt{x-11}}$.

Краткое решение.

4.1. $\sqrt{4x - 12},\ 4x - 12 \geq 0,\ 4x \geq 12,\ \ x \geq 3,$т.е. $[3;\ +\infty)$.

4.2.$\frac{1}{\sqrt{7-x}}$, $7-x>0$, $x<7$, т.е. $(-\infty;\ 7)$.

4.3.$\sqrt{2x-4}+\sqrt{9-3x}$, $\begin{cases} 2x-4\geq 0, \\ 9-3x\geq 0, \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq 2, \\ x\leq 3, \end{cases}$ $2\leq x\leq 3$, т.е. $[2;\ 3]$.

4.4.$\sqrt{5-x}+\frac{1}{\sqrt{x-1}}$, $\begin{cases} 5-x\geq 0, \\ x-1>0, \end{cases}$ $\begin{cases} x\leq 5, \\ x>1, \end{cases}$ $1<x\leq 5$, т.е. $(1;\ 5]$.

Пятый блок заданий

Резервное задание. Решить уравнение.
5.1.$\sqrt{x^2-4}+\sqrt{x^2-7x+10}=0$.

Краткое решение.

Левая часть уравнения при всех допустимых значениях переменнойпредставляет собой сумму двух неотрицательных слагаемых, следовательно, эта сумма будет равна нулю только в одном случае – когда каждое слагаемое этой суммы равно нулю.
$\sqrt{x^2-4}=0,\qquad x^2-4=0,\ x=2,\qquad x=-2.$
$\sqrt{x^2-7x+10}=0,\qquad x^2-7x+10=0,\qquad x=2,\qquad x=5.$
Значение переменной x, при котором оба слагаемых обращаются в ноль, равно 2.

Домашнее задание(ориентировочное время выполнения **15 минут**)

1. Решите уравнение$\sqrt{3x+1}=5$.
2. Решите уравнение$\sqrt{x^2-5}-\sqrt{6x-13}=0$.
3. Найдите значение выражения $\sqrt{5+\sqrt{16}}$.
4. Найдите значение выражения$\left(\sqrt{13}-\sqrt{11}\right)\left(\sqrt{13}+\sqrt{11}\right)$.
5. Найдите значение выражения$\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$.

6.Наблюдатель находится на высоте h, выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонтаl, выраженное в километрах, вычисляется по формуле $l=\sqrt{\frac{Rh}{500}}$, гдеR= 6400 км — радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 4 километров? Ответ дайте в метрах.

Краткое решение.

1. $\sqrt{3x+1}=5$, $3x+1=25$, $3x=24$, $x=8$.

2. $\sqrt{x^2-5}-\sqrt{6x-13}=0$, $\sqrt{x^2-5}=\sqrt{6x-13}$, $x^2-5=6x-13$, $x^2-6x+8=0$,
$$x=2,\qquad x=4.$$
Проверкой убеждаемся, что 4 – корень уравнения.

3. $\sqrt{5+\sqrt{16}}=\sqrt{5+4}=\sqrt{9}=3.$

4. $\left(\sqrt{13}-\sqrt{11}\right)\left(\sqrt{13}+\sqrt{11}\right)=13-11=2.$

5. $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\frac{28}{7}}=\sqrt{4}=2.$

6.Выполняя подстановку заданных в условии задачи значений в указанную формулу$l=\sqrt{\frac{Rh}{500}}$, получаем:$4=\sqrt{\frac{6400}{500}},\ 16=\frac{64h}{5},\ h=\frac{16\cdot 5}{64}, h=\frac{5}{4},\ h=1{,}25.$