Проект урока обобщающего повторения по теме «Свойства показательной функции» (10–11 класс)

Основная цель урока: обобщить у учащихся сформированные знания о свойствах показательной функции с учётом применения её свойств к решению задач базового уровня.

Комментарий для учителя. Содержание урока соответствует ФГОС и может варьироваться учителем в зависимости от учебной ситуации в классе, а также выбранной содержательно-методической линии. Предлагаемый проект урока не связан ни с одним учебником, является универсальным и может быть использован в 10 или 11 классе.

Первый блок заданий

Решить уравнение.
1.1.$4^x = \frac{1}{8}$.
1.2.$9^{2x-3} = 3^{x+9}$.
1.3.$25^x - 3 \cdot 5^x - 10 = 0$.
1.4.$\left(\frac{1}{8}\right)^x = 0{,}5^{2x-7}$.
1.5.$\sqrt{2^x}$ =64.
1.6.$3^{x^2+1} = 9^x$.

Краткое решение.

1.1. $4^x = \frac{1}{8},\ 2^{2x} = 2^{-3},\ 2x = -3,\ x = -1{,}5.$

1.2.$9^{2x-3} = 3^{x+9},\ \ 3^{2\cdot(2x-3)} = 3^{x+9},\ \ 2\cdot(2x-3) = x+9,\ \ 4x - x = 9 + 6,\ \ 3x = 15,$
$x = 5.$

1.3.$25^x - 3 \cdot 5^x - 10 = 0,\ (5^x)^2 - 3 \cdot 5^x - 10 = 0,\ 5^x = 5,\ x = 1, 5^x = -2.$

1.4. $\left(\frac{1}{8}\right)^x = 0{,}5^{2x-7},\ \ 2^{-3x} = 2^{-2x+7},\ -3x = -2x + 7,\ \ x = -7.$

1.5. $\sqrt{2^x}$ =64, $2^{\frac{x}{2}} = 2^6,\ \frac{x}{2} = 6,\ x = 12.$

1.6.$3^{x^2+1} = 9^x,\ \ 3^{x^2+1} = 3^{2x},\ \ x^2 + 1 = 2x,\ \ (x-1)^2 = 0,\ x = 1.$

*Комментарий для учителя.*Решение предложенных уравнений имеет своей целью закрепить у ученика способы получения равенства $a^{f(x)} = a^{g(x)}$для удобного основания a.

Второй блок заданий

Найти значение выражения.

2.1.$7^{1+\sqrt{3}} \cdot 7^{1-\sqrt{3}}$.

2.2.$2^{10+\sqrt{11}} \cdot 2^{-8-\sqrt{11}}$.

2.3.$11^4 \cdot 5^6 : 55^4$.

2.4.$5^{12} \cdot 3^{10} : 15^8$.

2.5.$\frac{x^{-20} \cdot x^{10}}{x^{-15}}$при $x = 7$.

2.6.$\frac{x^{-1} \cdot x^{2}}{x^{-1}}$при $x = 5$.

Краткое решение.

2.1.$7^{1+\sqrt{3}} \cdot 7^{1-\sqrt{3}} = 7^{1+\sqrt{3}+1-\sqrt{3}} = 7^2 = 49$.

2.2. $2^{10+\sqrt{11}} \cdot 2^{-8-\sqrt{11}} = 2^{10+\sqrt{11}-8-\sqrt{11}} = 2^2 = 4$.

2.3. $11^4 \cdot 5^6 : 55^4 = \frac{11^4 \cdot 5^6}{55^4} = \frac{11^4 \cdot 5^4 \cdot 5^2}{55^4} = 5^2 = 25$.

2.4.$5^{12} \cdot 3^{10} : 15^8 = \frac{5^{12} \cdot 3^{10}}{15^8} = \frac{5^8 \cdot 5^4 \cdot 3^8 \cdot 3^2}{15^8} = 5^4 \cdot 3^2 = 625 \cdot 9 = 5625$.

2.5. $\frac{x^{-20} \cdot x^{10}}{x^{-15}} = \frac{x^{-20+10}}{x^{-1}} = \frac{x^{-10}}{x^{-15}} = x^{-10+1} \quad = x^5 = 7^5 = 16807$.

2.6.$\frac{x^{-19} \cdot x^{2}}{x^{-18}} = x^{-19+2+18} = x^{-19+20} = x = 5$.

Третий блок заданий

Решить практикоориентированную задачу.

3.1. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону

$$m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}},$$

гдеm_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 40 мг. Период его полураспада составляет 10 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет 5 мг.

3.2. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = const$, гдеp (Па) — давление в газе, V — объём газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение вдвое объёма газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее чем в 4 раза?

Краткое решение.

3.1. Выполняя подстановку заданных в условии задачи значений в указанную формулу$m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, получаем: $5 = 10 \cdot 2^{-\frac{t}{10}},\ 2^{-1} = 2^{-\frac{t}{10}},\ -1 = -\frac{t}{10},\ t = 10.$
3.2. Выполняя подстановку заданных в условии задачи значений в указанную формулу $pV^a = const$,получаем:$4p\left(\frac{V}{2}\right)^a \geq pV^a, 4 \cdot \frac{V^a}{2^a} \geq V^a, 4 \geq 2^a,\ 2^a \geq 2^2, a \geq 2.$

Четвёртый блок заданий

Найти область значенийфункции.
4.1.$f(x) = 3^{x+1} - 5.$
4.2. $g(x) = |2^x - 1|.$

Краткое решение.

4.1. $3^{x+1} > 0, 3^{x+1} - 5 > -5,$т. е. $E_f = (-5;\ +\infty).$

4.2.$2^x > 0,\ 2^x - 1 > -1, |2^x - 1| \geq 0,$т. е. $E_g = [0;\ +\infty).$

Пятый блок заданий
Резервное задание. Решить уравнение.
5.1.$2{,}7^{\sqrt{x}} \cdot 2{,}8^{|x|} = 1.$

Краткое решение.

При всех допустимых значениях переменной верно неравенство $\sqrt{x} \geq 0$, следовательно, $2{,}7^{\sqrt{x}} \geq 2{,}7^0,\ 2{,}7^{\sqrt{x}} \geq 1.$
Аналогично: $|x| \geq 0,\ \ 2{,}8^{|x|} \geq 2{,}8^0, 2{,}8^{|x|} \geq 1.$
Таким образом, в левой части уравнения находится произведение двух множителей,каждый из которых принимает значения не меньшие 1, значит, равенство 1 может быть только в случае, когда каждый из этих множителей равен 1, т.е.$x = 0.$

Домашнее задание(ориентировочное время выполнения **15 минут**)

1. Решитеуравнение$4^{2x-3} = 2^x.$
2. Решитеуравнение$9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0.$
3. Найдите значение выражения $3^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{1-\sqrt{5}}.$
4. Найдите значение выражения$9^9 \cdot 2^{11} : 18^8.$
5. Найдите значение выражения$7^9 \cdot 11^{10} : 77^9.$
6.Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде$pV^a = const$, гдеp (Па) — давление в газе, V — объём газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение вдвое объёма газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее чем в 8 раз?

Краткое решение.

1. $4^{2x-3} = 2^x,\ 2^{4x-3} = 2^x,\ \ 4x - 3 = x,\ \ 3x = 3,\ \ x = 1.$

2. $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0,\ (3^x)^2 - 2 \cdot 3^x - 3 = 0,\ 3^x = 3,\ x = 1, 3^x = -1.$

3. $3^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{1-\sqrt{5}} = 3^{2+\sqrt{5}+1-\sqrt{5}} = 3^3 = 27.$

4. $9^9 \cdot 2^{11} : 18^8 = \frac{9 \cdot 9^8 \cdot 2^8 \cdot 2^3}{18^8} = 9 \cdot 2^3 = 9 \cdot 8 = 72.$

5. $7^9 \cdot 11^{10} : 77^9 = \frac{7^9 \cdot 11^{10}}{77^9} = \frac{7^9 \cdot 11^9 \cdot 11}{77^9} = 11.$

6.Выполняя подстановку заданных в условии задачи значений в указанную формулу $pV^a = const$,получаем:$8p\left(\frac{V}{2}\right)^a \geq pV^a, 8 \cdot \frac{V^a}{2^a} \geq V^a, 8 \geq 2^a,\ 2^a \geq 2^3, a \geq 3.$