

ПИЦЦА

В пиццерии продаются два вида круглой пиццы, имеющих одинаковую толщину и разные размеры. Диаметр меньшей пиццы равен 30 см, и она стоит 30 зедов. Диаметр большей пиццы равен 40 см, и она стоит 40 зедов. Какие пиццы выгоднее продавать хозяину пиццерии? Приведите ваши рассуждения.

Для создания модели решения прежде всего нужно понять, что при одинаковой толщине и разных размерах большой и меньшей пиццы разница в цене зависит только от площади поверхности пиццы. Возможны два подхода при определении выгоды продавца пицц: либо на основе разности стоимости одной и той же единицы площади большей и меньшей пиццы, либо – разности площадей большей и меньшей пиццы, которые можно купить за одни и те же деньги.

Затем надо сообразить, что поверхность пицц имеет форму круга, у которого известен диаметр. Значит, надо по известной формуле площади круга подсчитать площадь круга у большей и меньшей пицц. При первом подходе нужно поделить стоимость пиццы на её площадь.

$$S_{\text{меньшей пиццы}} = 3,14 \cdot (30:2)^2 = 706,5 \text{ (см}^2\text{)}; 1 \text{ см}^2 \text{ будет стоить } 30 : 706,5 \approx 0,042 \text{ (зед.)}$$

$$S_{\text{большей пиццы}} = 3,14 \cdot (40:2)^2 = 1256 \text{ (см}^2\text{)}; 1 \text{ см}^2 \text{ будет стоить } 40 : 1256 \approx 0,032 \text{ (зед.)}$$

Полученное решение показало, что хозяину выгоднее продавать меньшие пиццы, так как 1 см² меньшей пиццы стоит покупателю немного дороже, чем такая же площадь большей пиццы.

При втором подходе нужно поделить площадь пиццы на её стоимость.

$$S_{\text{меньшей пиццы}} = 3,14 \cdot (30:2)^2 = 706,5 \text{ (см}^2\text{)}; \text{ на 1 зед можно купить } 706,5:30 = 23,55 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_{\text{большей пиццы}} = 3,14 \cdot (40:2)^2 = 1256 \text{ (см}^2\text{)}; \text{ на 1 зед можно купить } 1256 : 40 = 31,4 \text{ (см}^2\text{)}$$

Полученное решение показало, что хозяину выгоднее продавать меньшие пиццы, так как на 1 зед покупатель может купить меньшую площадь у меньшей пиццы и большую площадь у большей пиццы. То есть большая пицца выгоднее покупателю, а меньшая – продавцу.

Задание оказалось одним из самых трудных, в 2003 г. с ним справилось всего 11% из всех участников исследования.

Ключевым моментом для решения задачи является установление зависимости между размером пиццы и её стоимостью, поэтому задание отнесено к области «Изменение и зависимости». Сам контекст носит *личностный* характер. По характеру преобладающей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «Формулировать», так как требуется создать модель решения задачи.

ПОДЪЁМ НА ГОРУ ФУДЗИ

Гора Фудзи – знаменитый бездействующий вулкан в Японии.



Вопрос 1:

Гора Фудзи ежегодно открыта для подъёма людей только с 1 июля по 27 августа включительно. В течение этого времени на гору Фудзи поднимаются около 200 000 людей.

Сколько примерно в среднем людей поднимаются на гору Фудзи каждый день?

- A 340 10% (*вычислительная ошибка при делении*)
 - B 710 9% (*учли только 27 дней в августе и допустили ошибку при делении*)
 - C 3400* 70%
 - D 7100 2% (*учли только 27 дней в августе и допустили ошибку при делении*)
 - E 7400 5% (*учли только 27 дней в августе*)
- Не дали ответа: 2%

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

Ответ принимается полностью

Код 1: С. 3400

Ключевым моментом решения является правильное определение количества дней, которые открыты для подъёма на гору. Большинство – 80% – верно проанализировали условие и верно определили количество дней (58 дней). 70% дали верный ответ, а 10% допустили ошибку при делении. Около 16% учащихся использовали только 27 дней – число дней в августе, указанных в условии.

Задание отнесено к содержательной области «Количество», так как это несложная арифметическая задача. Однако из-за отсутствия необходимой информации приходится создать модель решения, поэтому по характеру познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «Формулировать». В задаче приходится иметь дело с ситуацией, связанной с жизнью общества, поэтому контекст считается «общественным».

Вопрос 2:

Пешеходная тропа Готемба на гору Фудзи имеет длину около 9 километров.

Пешеходам нужно вернуться после 18 км прогулки к 20 часам.

Тоши прикинул, что он может подняться на гору со средней скоростью 1,5 км/ч и спуститься со скоростью в два раза больше этой. При движении с этими скоростями остаётся время на то, чтобы поесть и отдохнуть.

Используя скорости, установленные Тоши, определите самое позднее время, когда Тоши может начать свой подъём, чтобы он мог вернуться к 20 ч.

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

Ответ принимается полностью

Код 1: 11 (ч) [*Единицы измерения могут быть указаны или не указаны. Допускается и такая запись времени – 11:00*]

По характеру – это задача на движение, в условии которой имеется вся информация, нужная для решения. Используя известные длину тропы и скорости при подъёме и при спуске, надо определить время, необходимое для подъёма и спуска и суммировать их. Затем найти разность между полученной суммой затраченного времени и 20 часами.

Решение: $9: 1,5 + 9: 1,5 \cdot 2 = 9$ (ч); $20 - 9 = 11$ (ч)

Однако задача вызвала затруднение у большинства 15-летних учащихся. С ней справились только 23% участников исследования, причем 38% не дали никакого ответа. Очевидно, что вызывает затруднение нестандартный вопрос, который требует определить самое позднее время выхода на тропу. Кроме того, неясно, надо ли учитывать время на еду и отдых при подъёме и спуске, о чём говорится в описании ситуации.

Думается, что эта особенность задания послужила причиной, вызвавшей затруднения у некоторых учащихся. Если бы от учащихся требовалось привести решение, то при его записи можно было бы дать объяснение полученного ответа, сказав, например, что в 9 ч входит время на еду и отдых, или, наоборот, прибавить какое-то время на это. Однако авторы задания требуют привести только числовой ответ, поэтому для некоторых учащихся неясность требования вопроса к задаче остается.

Решение задачи требует рассмотрения зависимостей между расстоянием, скоростью и временем и поэтому задание отнесено к содержательной области «Изменение и зависимости». Постановка вопроса не стандартная, явно требуется перейти от реальной ситуации к её математическому аналогу. Значит, требуется создать модель решения и по характеру познавательной деятельности отнести задание к когнитивной области «Формулировать». Так как приходится иметь дело с ситуацией, связанной с жизнью общества, то контекст задания считается «общественным».

Данное задание предлагалось российским учащимся на этапе предварительного отбора заданий для основного исследования. Анализ ответов учащихся выявил указанную выше неясность условия, и к проведению основного исследования разработчики внесли в него соответствующие изменения. Так, предложение: «*При движении с этими скоростями остаётся время на то, чтобы поесть и отдохнуть*» было уточнено следующим образом: «*При определении этих скоростей учитывалось время, необходимое*

на то, чтобы поест и отдохнуть». Эту формулировку авторы задания считают корректной. Они ссылаются на то, что, указанная средняя скорость уже включает возможные изменения скорости для остановки во время движения и поэтому не требуется выделять специальное время на еду и отдых.

Вопрос 3:

Тоши надел шагомер для подсчёта своих шагов во время ходьбы по тропе Готемба.

Его шагомер показал, что он сделал 22 500 шагов по дороге наверх.

Оцените среднюю длину шага у Тоши, пока он шёл 9 км вверх по тропе Готемба. Дайте ответ в сантиметрах (см).

Ответ: см

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

Ответ принимается полностью

Код 1: 40.

Задание – простейшая арифметическая задача в один вопрос.

Решение: 9 км надо разделить на 22500 шагов и полученный ответ перевести в сантиметры – $9 : 22500 = 0,0004$ (км) = 0,4 (м) = 40 (см)

Однако с заданием полностью справились только 21% российских учащихся. 11% верно выполнили деление, но либо дали ответ не в сантиметрах, либо допустили ошибки при переводе полученного ответа в сантиметры. 23% – не дали никакого ответа.

При решении приходится иметь дело только с данными числами, поэтому задание отнесено к содержательной области «Количество». Так как нужно было использовать известный алгоритм деления десятичных дробей, то по характеру когнитивная деятельность отнесена к категории «Применять». Ситуация, описанная в задании, связана с жизнью общества, и считается «общественной».

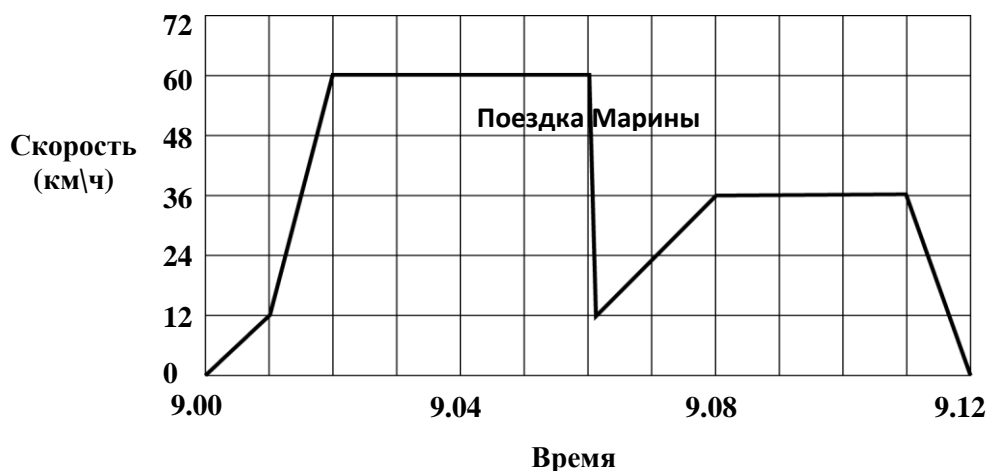
ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ

Марина отправилась покататься на машине. Во время поездки дорогу перед машиной перебежала кошка. Марина резко нажала на тормоз и сумела объехать кошку. Она была так

взволнована этим происшествием, что решила вернуться домой.

На приведенном ниже графике представлена скорость машины во время поездки.

Вопрос 1:



Сколько было времени, когда Марина нажала на тормоз, чтобы не переехать кошку?

Ответ:

Ответ принимается полностью

Код 1: 9.06 ИЛИ 6 минут десятого.

Этот, казалось бы, несложный вопрос вызвал затруднение почти у четверти российских учащихся – 75% верных ответов. Среди учащихся стран ОЭСР на него ответили 78%. Видимо, затруднение было вызвано непривычной шкалой на оси x .

Вопрос 2:

Сравните расстояние, которое проехала Марина, возвращаясь домой, с расстоянием, которое она проехала от дома до того места, где случилось происшествие с кошкой. Какое из них короче? Ответ объясните, используя информацию, представленную на графике.

Ответ принимается полностью

В ответе говорится, что путь домой был короче, и дано соответствующее объяснение. Объяснение связано и с тем, что средняя скорость была меньше, так и с тем, что на обратный путь ушло примерно такое же время, или приведены подобные аргументы. Следует иметь в виду, что аргументы, основанные на меньшей площади под графиком скорости на обратном пути, также можно принимать полностью.

Примеры верных ответов, которые дали учащиеся:

- Первая часть расстояния была больше, чем обратный путь, на который ушло столько же времени, но на первой части пути она ехала намного быстрее, чем на второй.
- Путь Марины домой был короче, потому что на него ушло чуть меньше времени, а ехала она медленнее.
- По графику видно, что скорость от начала движения до остановки намного больше, чем на обратном пути, а время на этих двух отрезках пути примерно одинаковое. Значит, расстояние, пройденное от начала пути до остановки, должно быть значительно больше, чем обратный путь.

Ключевыми моментами при решении задачи является интерпретация графика скорости и

понимание зависимости пройденного расстояния от скорости и времени движения. Поэтому задание отнесено к области «Изменение и зависимости», ситуация «личностная», а характер познавательной деятельности «Интерпретировать».

Задание оказалось трудным для большинства участников исследования. Среди российских учащихся с ним справились только около 20%, а среди стран ОЭСР – 30%.

ПОКУПКА КВАРТИРЫ

Это план квартиры, которую родители Гриши хотят купить в агентстве недвижимости.



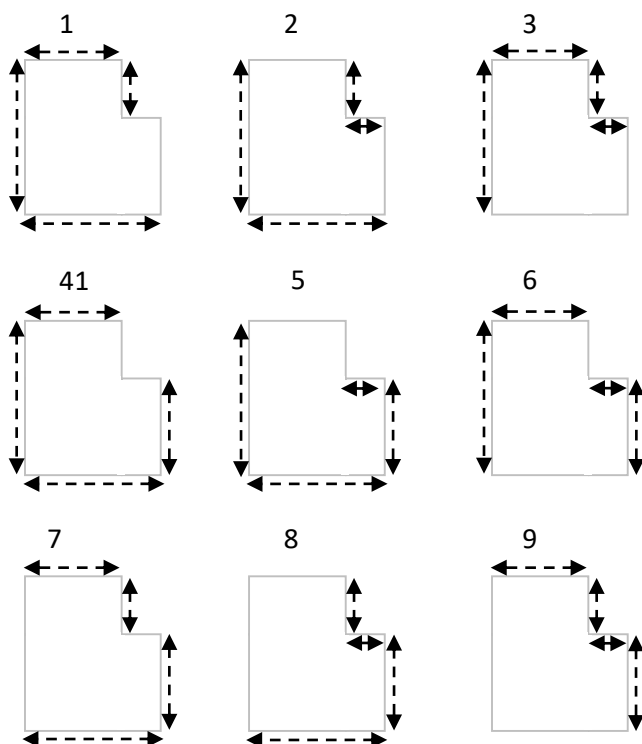
Вопрос:

Для оценки общей площади пола в квартире (включая террасу и стены) вы можете измерить размеры каждой комнаты, вычислить площадь каждой из них и сложить их.

Однако есть более эффективный метод, при котором для оценки общей площади пола вам нужно измерить только 4 отрезка. Укажите на данном плане **четыре** отрезка, которые нужны, чтобы оценить общую площадь пола в квартире.

Ответ принимается полностью

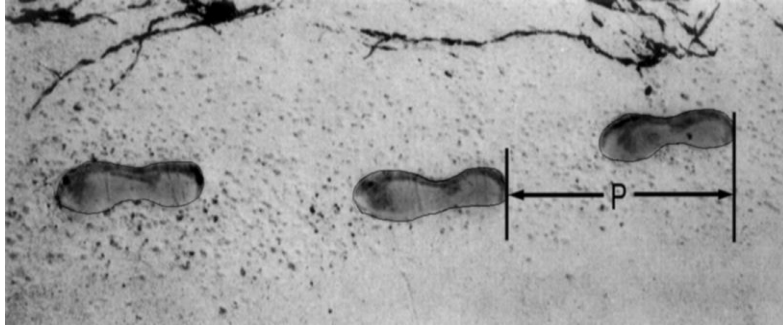
На планах квартиры указаны четыре измерения, необходимые для оценки площади пола. Ниже приведены 9 возможных способов решения.



Ключевым моментом создания модели решения задачи является использование пространственного воображения для разбиения плана квартиры на фигуры, площади которых можно вычислить, используя известную формулу. Этот план можно разбить на 2 прямоугольника. Тогда, чтобы найти их площади, достаточно измерить длины двух сторон каждого из них. При этом возможны два способа вычисления площади. Первый – на плане два прямоугольника дополняют друг друга и их площади суммируются (см. рис. 6, 7). Второй – план можно дополнить в правом верхнем углу до большого прямоугольника, тогда из площади большого прямоугольника надо вычесть площадь дополнившего его прямоугольника (см. рис. 2). На других рисунках, чтобы найти площади двух прямоугольников, используя первый или второй способ для нахождения длины одной из сторон прямоугольника, надо либо суммировать длину двух измеренных отрезков (см. рис. 3, 9), либо вычесть (см. рис. 1, 4, 5, 8).

Задание отнесено к области «Пространство и форма», представленная ситуация «Личностная», познавательная деятельность «Формулировать». Вопрос поставлен в нетрадиционной форме, поэтому вызвал затруднение у многих учащихся. С ним справились около 40% российских и около 45% учащихся стран ОЭСР.

ПОХОДКА



На рисунке изображены следы идущего человека. Длина шага P – расстояние от конца пятки следа одной ноги до конца пятки следа другой ноги.

Для походки мужчин зависимость между n и P приближенно выражается формулой:

$$\frac{n}{P} = 140, \text{ где}$$

n – число шагов в минуту,

P – длина шага в метрах.

Павел знает, что длина его шага 0,80 м. Используя приведенную выше формулу, вычислите скорость Павла при ходьбе в метрах в минуту (м/мин), а затем в километрах в час (км/ч). Запишите решение.

Ответ принимается полностью

Даны оба верных ответа – скорость 89,6 м/мин и 5,38 км/ч или 5,4 км/ч.

Возможное решение: $n = 140 \cdot 0,80 = 112$ (шагов в минуту)

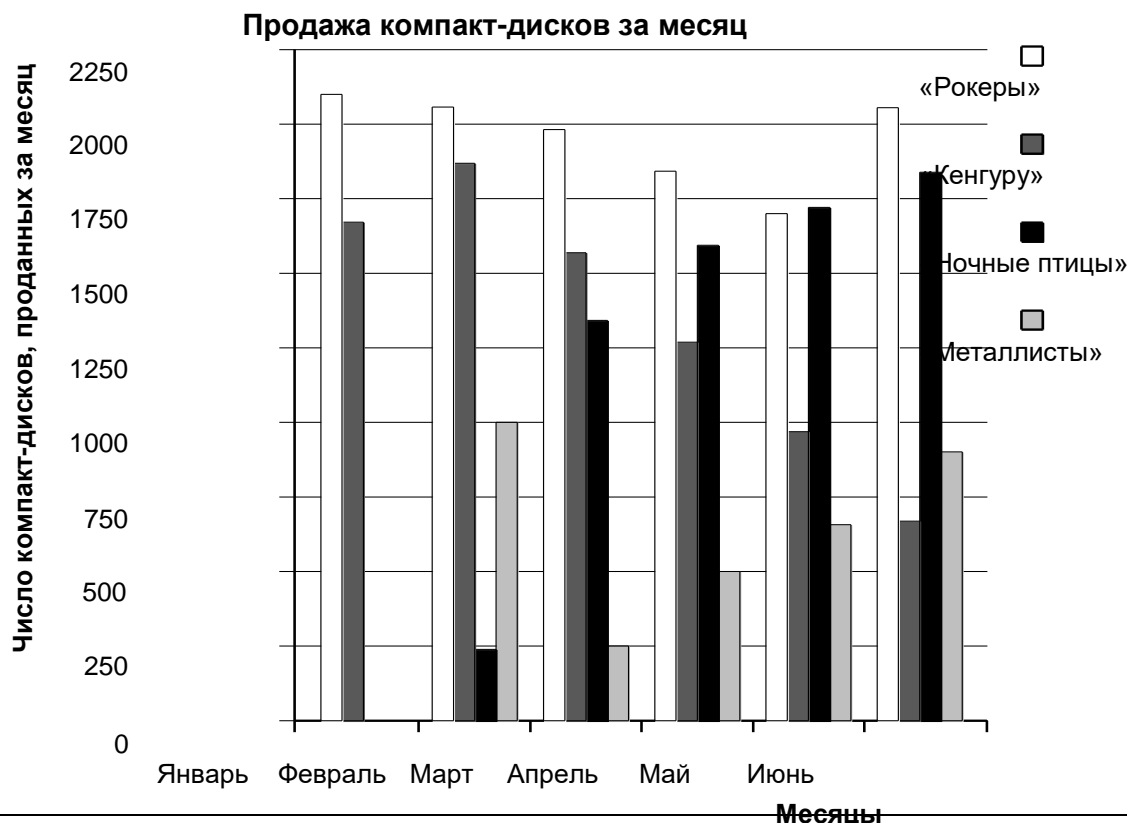
За минуту он проходит $0,80 \cdot 112 = 89,6$ (м), значит, его скорость – 89,6 м/мин или $89,6 \cdot 60 = 5376$ м/ч = 5,38 км/ч или 5,4 км/ч.

Ключевым моментом создания модели для определения скорости движения является понимание того, что скорость движения зависит от количества шагов за указанное время. Кроме того, для решения задачи важно умение выразить одну из переменных в формуле через другие переменные. Поэтому задание отнесено к области «Изменение и зависимости». Сам контекст носит *личностный* характер. По характеру преобладающей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «*Формулировать*».

Задание совершенно нетипичное по сравнению со стандартными задачами на движение. Многих учащихся затруднил перевод скорости, выраженной в одних единицах измерения – км/мин, в другие – км/ч. Поэтому оно оказалось достаточно трудным для большинства учащихся, в 2000 г с ним полностью справились 22% российских учащихся.

ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «Рокеры» и «Кенгуру». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «Ночные птицы» и «Металлисты». На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.



Вопрос 1.

Сколько компакт-дисков музыкальная группа «Металлисты» продала в апреле?

- F 250 – 2%
- G 500* – 89%
- H 1000 – 1%
- I 1270 – 6%

Вопрос 2

В каком месяце музыкальная группа «Ночные птицы» в первый раз продала больше своих компакт-дисков, чем музыкальная группа «Кенгуру»?

- A Не было такого месяца – 11% (*перепутали группы*)
- B Март – 4% (*перепутали группы*)
- C Апрель* – 72%
- D Май – 11% (*не учли, что впервые продали больше в апреле*)
- Нет ответа – 2%

Вопрос 3

Менеджер группы «Кенгуру» обеспокоен тем, что количество проданных компакт-дисков уменьшилось с февраля по июнь.

Каков прогноз объёма продаж в июле, если продолжится такая же отрицательная тенденция?

- | | |
|------------------------|-------|
| A 70 компакт-дисков | – 6% |
| B 370 компакт-дисков * | – 72% |
| C 670 компакт-дисков | – 16% |
| D 1340 компакт-дисков | – 4% |
| Нет ответа | – 2% |

Для ответа на вопрос 1 надо интерпретировать диаграмму: понять принятые обозначения, найти на диаграмме столбец, соответствующий группе «Металлисты», и определить его высоту.

Для ответа на вопрос 2 надо интерпретировать диаграмму: понять принятые обозначения, найти на диаграмме столбцы, соответствующие двум указанным группам в каждом из 6 месяцев, и сравнить их по высоте. Выполнение этих действий упрощается за счет того, что эти столбцы соседние, поэтому их легче сравнить.

Для ответа на вопрос 3 надо интерпретировать столбчатую диаграмму и определить количество компакт-дисков, которое будет продано в июле, полагая, что сохранится линейная тенденция уменьшения количества проданных дисков группы «Кенгуру» с февраля по июнь. Совершенно нестандартный вопрос, на который трудно было бы дать достаточно точный числовой ответ, поэтому к нему приведены варианты готовых ответов.

На диаграмме видно, что высота соответствующих столбцов уменьшается с февраля по июнь. Возможный рациональный подход к получению ответа – это учесть, что отрицательная тенденция продолжается и в июле. Поэтому достаточно определить по диаграмме количество дисков, проданных в июне (примерно 650 штук), и сравнить полученное число с вариантами готовых ответов. Тогда будет ясно, что ответы C (670) и D (1340) явно неверные, так как они больше, чем в июне (650), а ответ A (70) слишком мал.

Возможен другой подход, когда по диаграмме находят число дисков, проданных в каждом месяце с февраля по июнь, затем вычисляют разность между двумя соседними месяцами, суммируют эти разности, делят эту сумму на 5 и получают среднее количество дисков, на которое уменьшается продажа в следующем месяце. Но это очень трудоёмкий подход, чреватый вычислительными ошибками.

Можно также справа от июня построить столбец, который будет изображать продажу дисков группы Кенгуру в июле. Затем провести прямую через вершины 5 столбцов (количество проданных дисков группой Кенгуру с февраля по июнь) и продолжить её далее до пересечения с построенным столбцом. По вертикальной оси можно увидеть, что пересечение столбца будет на высоте между 500 и 250. Сравнение с готовыми ответами покажет, что верный ответ B.

Задание отнесено к области «Неопределенность и данные», представленная ситуация «общественная», познавательная деятельность «интерпретировать». Это задание может служить примером, как его составители добились повышения сложности вопросов. Вопрос 1 традиционный, доступный для учащихся 4-5 класса, и поэтому результат достаточно высокий – российские учащиеся 89%, стран ОЭСР – 87%. Вопрос 2 сложнее, требует выполнения нескольких действий, поэтому и результаты несколько ниже: российские учащиеся – 72%, стран ОЭСР – 80%. Вопрос 3 совершенно нестандартный, требует самостоятельной разработки способа решения. Видимо, большинство учащихся опирались на рассуждения, подобные приведенным выше, и на варианты готовых ответов, поэтому результаты достаточно высокие: российские учащиеся – 72%, стран ОЭСР – 77%.

Для зрителей на концерте рок-музыки было отведено прямоугольное поле размером 100 м на 50 м. Все билеты были проданы, и поле было полностью заполнено стоящими фанатами.

Какое из следующих чисел является наилучшей оценкой общего числа людей, посетивших этот концерт?

- A) 2000
- B) 5000
- C) 20 000
- D) 50 000
- E) 100 000

При создании модели необходимо связать размеры полностью заполненного поля с количеством стоящих на нем фанатов. Однако в условии не хватает данных, которые позволили бы это сделать. Значит, требуется понять, какая необходимая информация отсутствует и как её можно получить. В задании представлена типичная жизненная ситуация, характерная для массовых мероприятий. Значит, нужную информацию можно получить, используя знание о похожих жизненных ситуациях. Ясно, что нужно определить модель пространства, необходимого для одного или группы фанатов. При разработке этой модели важно учесть смысл таких слов из условия задачи, как «*прямоугольное поле, полностью заполненное стоящими фанатами*». Прямоугольная форма поля наводит на мысль разделить его площадь на квадратные метры и предположить, сколько стоящих человек могут на нем поместиться. Жизненный опыт подсказывает, что на 1 м^2 могут стоять, не касаясь друг друга, не более 4 человек.

Возможное решение: $S \text{ поля} = 100 \cdot 50 = 5000 \text{ м}^2$, пусть 1 м^2 занимают 4 человека. Тогда всего на поле – $4 \cdot 5000 = 20000$ (чел.)- ответ (C)

Ключевым моментом для решения задачи является создание модели представленной ситуации, поэтому задание отнесено к когнитивной области «*Формулировать*». Для решения проблемы важно проведение вычислений, поэтому задание отнесено к области «*Количество*». Сам контекст носит *общественный* характер. Задание оказалось достаточно трудным: результаты проверки данного задания в апробационном исследовании 2002 года показали, что с ним справились только 28% всех участников этого исследования.

РОСТ

В классе 25 девочек. Их средний рост равен 130 см.

Вопрос 1:

Объясните, как подсчитать средний рост девочек.

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

Ответ принимается полностью

Код 1: Объяснения, в которых говорится: Суммировать рост всех девочек и разделить на 25.

Примеры ответов учащихся:

- Вы складываете рост всех девочек и делите на число девочек.
- Возьмите рост всех девочек, сложите и разделите на количество девочек, что в данном случае равно 25.
- Сумма роста всех девочек в этом классе, разделенная на число девочек.

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

Для ответа на вопрос требуется применить известный алгоритм подсчета среднего значения набора данных. Однако сама постановка вопроса непривычна, поэтому только 47% российских учащихся верно ответили на вопрос. Среди стран ОЭСР задание выполнили 63%.

Задание отнесено к области «*Неопределенность и данные*». Сам контекст носит *научный* характер. По характеру преобладающей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «*Применение*».

Вопрос 2:

Обведите слово «Верное» или «Неверное» около каждого из следующих утверждений.

Утверждение	Верное или Неверное
Если в классе есть девочка ростом 132 см, то обязательно должна быть девочка ростом 128 см.	Верное / Неверное
У большинства девочек рост должен быть 130 см.	Верное / Неверное
Если выстроить девочек по росту, начиная с самой маленькой и кончая самой высокой, то прямо посередине должна стоять девочка ростом 130 см.	Верное / Неверное
Половина девочек в классе должна быть выше 130 см, а другая половина должна быть ниже 130 см.	Верное / Неверное

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2***Ответ принимается полностью***

Код 1: Неверное, Неверное, Неверное, Неверное.

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

Ключевой аспект при проверке истинности этих утверждений – опора на интерпретацию понятия среднего роста, требующую глубокого понимания его смысла. Надо понимать, что среднее значение роста может быть не равно ни одному из значений роста 25 девочек, Оно также не определяет значения и различия между значениями роста 25 девочек. Поэтому не удивительно, что задание оказалось трудным для большинства учащихся – в 2003 г. верно оценили истинность всех утверждений только 19% российских учащихся и 18% учащихся стран ОЭСР.

Задание отнесено к области «*Неопределенность и данные*». Сам контекст носит *научный* характер. По характеру преобладающей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «*Интерпретировать*», т.к. требуется оценить истинность данных утверждений.

Вопрос 3:

Оказалось, что рост одной из девочек был указан неверно. Ее рост вместо 145 см должен быть 120 см. Найдите правильное значение среднего роста девочек в этом классе.

- A 126 см
- B 127 см
- C 128 см
- D 129 см
- E 144 см

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3***Ответ принимается полностью***

Код 1: D. 129 см.

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы. Г

Код 9: Ответ отсутствует.

Нет готового алгоритма вычисления среднего значения в предложенной ситуации. Для получения ответа можно рассуждать так: надо найти общую сумму роста всех 25 девочек, используя средний рост, равный 130 ($130 \cdot 25$), затем вычесть из неё разность 145 и 120 ($140 - 120 = 25$) и полученное число разделить на 25.

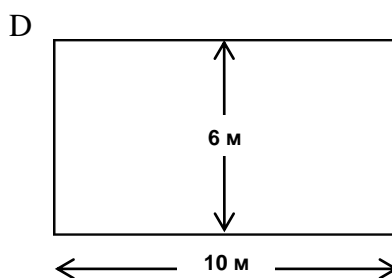
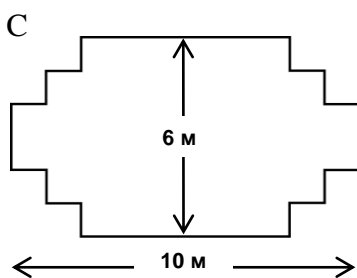
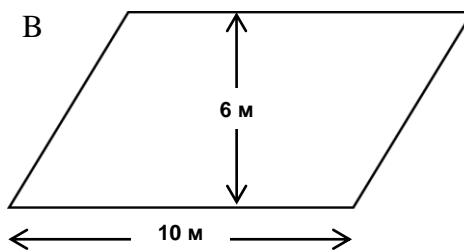
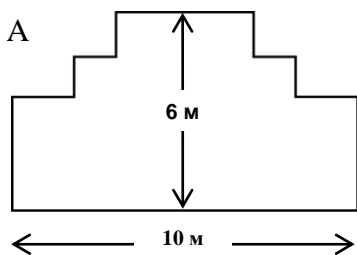
Есть и другой подход к получению ответа: рост одной девочки уменьшился на 25 ($140 - 120 = 25$). Значит, общая сумма роста 25 девочек уменьшилась на 25. Это можно интерпретировать так: в этом случае значение роста каждой из 25 девочек уменьшилось бы на 1 см. Отсюда следует, что средний рост стал бы меньше на 1 см, т.е. будет $130 - 1 = 129$ (см).

Не удивительно, что задание затруднило большинство российских учащихся – с ним справились только 35%.

Для ответа на вопрос требуется создать модель решения на основе известного алгоритма подсчета среднего значения набора данных, поэтому по характеру преобладающей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «Формулировать». Содержание задания связано с областью «Неопределенность и данные». Сам контекст носит общественный характер.

САДОВНИК

У садовника есть 32 м провода, которым он хочет обозначить на земле границу клумбы. Форму клумбы ему надо выбрать из следующих вариантов.



Обведите в таблице слово «Да» или «Нет» около каждой формы клумбы в зависимости от того, хватит или не хватит садовнику 32 м провода, чтобы обозначить её границу.

План клумбы	Хватит ли 32 м провода, чтобы обозначить границу клумбы ?
План А	Да / Нет
План В	Да / Нет
План С	Да / Нет
План D	Да / Нет

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС

Ответ принимается полностью

Код 2: Даны все четыре верных ответа: Да, Нет, Да, Да

Ответ принимается частично

Код 1: Даны три любых верных ответа.

Ответ не принимается

Код 0: Два или меньше верных ответа.

Возможные рассуждения: Если выпрямить стороны многоугольников (формы А и С), то получим прямоугольники со сторонами 10 м и 6 м. Тогда периметры клумбы на планах А, С, D равны ровно 32 м. Для определения длины боковой стороны параллелограмма (форма В) возможно такое рассуждение: на рисунке явно видно, что боковые стороны (наклонные) параллелограмма (форма В) по длине больше его высоты, равной 6 м. Значит, периметр клумбы формы В более 32 м.

Задание оказалось достаточно трудным для большинства учащихся, в 2000 г с ним полностью справились (обвели слово «Да» в первой, третьей и четвертой строках таблицы и слово «Нет» во второй строке) около 20% из всех участников исследования и около 23% российских учащихся.

Ключевым моментом для решения задачи является опора на пространственное воображение при преобразовании в прямоугольники форм А и С, а также знание свойств параллелограмма и знание понятия периметра многоугольников, поэтому задание отнесено к области «*Пространство и форма*». Сам контекст носит *профессиональный* характер. По характеру преобладающей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «*Применять*».

СКОРОСТЬ ПАДЕНИЯ КАПЕЛЬ

Внутривенные капельные вливания используются для введения жидкости и лекарств пациентам.



Для осуществления вливания медицинским сёстрам нужно вычислять скорость падения капель (D), в каплях в минуту.

Они используют формулу $D = \frac{k \cdot V}{60n}$, где

k – показатель «число капель в единице объёма», который измеряется в каплях в миллилитре (мл),

V – объём вливания (в мл),

n – время (в часах), за которое требуется сделать вливание.

Вопрос 1:

Медицинская сестра хочет увеличить вдвое время вливания.

Приведите точное описание того, как изменится значение D если n **увеличить в два раза**, а k и V оставить без изменения.

.....

Ответ принимается полностью

Код 2: В объяснении описаны и направление, и величина изменения.

Примеры ответов учащихся:

- Оно разделится пополам
- Оно составит половину
- D будет на 50% меньше
- D будет в два раза меньше

Ответ принимается частично

Код 1: Ответ, в котором правильно описано либо направление, либо величина изменения, но не оба.

Примеры ответов учащихся:

- D станет меньше. [*Не говорится о величине изменения.*]
- Будет изменение на 50%. [*Не говорится о направлении изменения.*]
- D будет на 50% больше. [*Верная величина изменения, но неверное направление изменения.*]

Вопрос 2:

Медицинским сёстрам также нужно вычислять объём вливания (V), используя скорость падения капель D .

Вливание со скоростью 50 капель в минуту надо сделать пациенту за 3 часа. Показатель «число капель в единице объёма» для данного вливания равен 25 каплям в миллилитре.

Чему равен объём вливания (в мл)?

Объём вливания: мл

Ответ принимается полностью

Код 1: 360 или приведены верное преобразование формулы и подстановка значений (см. ниже второй пример ответа учащихся)

Примеры ответов учащихся:

- 360
- $(60 \cdot 3 \cdot 50) : 25$ [верное преобразование и подстановка]

Вопрос 1.

Ключевым моментом решения задачи является работа с формулой. Можно подставить вместо n в знаменатель формулы $2n$ и понять, что значение D надо разделить еще на 2. Значит, оно уменьшится в 2 раза. Либо применить свойство обыкновенной дроби: если знаменатель увеличить в «а раз», то значение дроби уменьшится во столько же раз.

Вопрос 2.

Ключевым моментом решения задачи является работа с формулой. Надо преобразовать формулу, выразив V через другие переменные, и подставить значения трех данных величин. При этом имеется дополнительная трудность – надо правильно определить, какие переменные принимают указанные в условии значения. В условии явно указано только, что $D = 50$ каплям. Значит, надо обратиться к тексту в начале задания и по описанию в нем переменных понять, что $k = 25$, а $n = 3$.

Задание отнесено к области «Изменение и зависимости», представленная ситуация «Профессиональная», познавательная деятельность «Применять». Вопрос 1 поставлен в нетрадиционной форме, а знание свойств обыкновенных дробей большинство учащихся не помнит. Поэтому вопрос вызвал затруднение у многих учащихся. С ним справились около 33% российских и около 22% учащихся стран ОЭСР.

Вопрос 2 более привычен для учащихся, однако имеется трудность с определением значений переменных, поэтому результат только немного выше: у российских учащихся – 36%, у учащихся ОЭСР – 32%.

СОУС

Вы делаете свою собственную заправку для салата.
Вот рецепт на 100 миллилитров (мл) заправки.

Салатное масло:	60 мл
Уксус:	30 мл
Соевый соус:	10 мл

Сколько миллилитров (мл) салатного масла понадобится, чтобы сделать 150 мл этой заправки?

Ответ: мл

Ответ принимается полностью

Код 1: 90

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

- В 1,5 раза больше. [Требуется вычислить необходимое количество.]

Задача решается с помощью составления соответствующей пропорции:

$$100 \text{ г} - 60 \text{ мл} \quad x = \frac{150 \times 60}{100} = 90 \text{ (мл)}.$$

$$\underline{150 \text{ г} - x \text{ мл}}$$

Это стандартная арифметическая задача на пропорциональные величины. Она доступна учащимся 5-6 класса, которым известен способ её решения. Однако при изучении курсов алгебры в 7-9 классов учащиеся с подобными задачами не встречаются. При изучении курса геометрии в 7-9 классах им приходится иметь дело с пропорциональным отношением сторон в подобных треугольниках, составлять и решать соответствующие пропорции. Однако перенести этот опыт на типичную арифметическую задачу большинство учащихся не смогло. Могла вызвать дополнительные затруднения необходимость выбирать нужные данные из таблицы.

Задача отнесена к области «Количество», контекст «личный», познавательная деятельность «Формулировать». Результаты её выполнения невысоки: российские учащиеся – 58%, стран ОЭСР – 64%. Максимальный результат у лидирующих стран – 85%.