

Уважаемый коллега!

Если Вы читаете эти строки, значит, Вы уже имеете у себя дидактические материалы по математике, разработанные мною и опубликованные в указанной книге, вышедшей в 2002 году. Но, увы, книга больше не переиздавалась и вряд ли это произойдет (разве что самому искать издателей, финансировать весь этот процесс и получить после этого мизер за свои труды – это мы уже проходили!). Поэтому я решил: не пропадать же добру (и добру хорошему!) – и делаю сейчас все возможное, чтобы эти материалы попали в руки именно учителям математики! И не важно как эти материалы попали к Вам: возможно, Вы скачали их в Интернете с сайта bbk50.narod.ru, возможно, Вы получили диск с материалами лично от меня по почте, а может быть, вы скопировали эти материалы у ваших коллег (эти материалы общедоступны и не защищены от копирования!) – главное, что они теперь у Вас и Вы можете пользоваться ими сколько угодно в своей профессиональной деятельности. А пользоваться этими дидактическими материалами очень легко – просто распечатывайте варианты заданий в нужном количестве экземпляров, благо, что все уже подготовлено именно для этого.

Да, и ещё: есть в этих материалах то, что не вошло в книгу, а значит Вы – первый, кто будет использовать это в своей работе!

Есть у меня к Вам, уважаемый коллега, одна деликатная просьба: в данный момент у меня имеются серьезные материальные затруднения, буду очень Вам благодарен, если Вы окажете мне помощь небольшим переводом на мой адрес в размере **500** рублей (или меньше, сколько сможете!). Только прошу меня понять правильно – это всего лишь просто просьба с моей стороны: Вас никто ни к чему не обязывает, Вы вправе на неё откликнуться или просто проигнорировать (никто и никогда не осудит Вас за то, как Вы поступите!).

С уважением, Виктор Владимирович Кривоногов

Мой адрес:

606533, Нижегородская обл.,
Городецкий р-н, д. Ковригино,
ул. Горьковская д. 25, кв. 4
Кривоногову Виктору Владимировичу

Если банк принимает наличные платежи для перевода в адрес третьих лиц вы можете перевести деньги для зачисления в мой Кошелек. Для этого надо перечислить средства на банковский счет ООО «ПС Яндекс.Деньги» (Москва), используя банковские реквизиты:

Получатель: ООО «ПС Яндекс.Деньги», ИНН 7736554890

КПП: 773601001

Р/с 40702810890000006823 в КБ «Русский Банк Развития» (ЗАО)

Кор. счет: 30101810500000000297

БИК: 044585297

Назначение платежа: Для участника № **41001244635609** системы Яндекс.Деньги. Авансовый платеж. Без НДС

ВНИМАНИЕ! В поле «Назначение платежа» внимательно проверьте номер счета, системы Яндекс.Деньги. Просите операционистов банка указывать назначение платежа **полностью** при передаче данных Банку-получателю. Данные реквизиты действительны для всех банков, **кроме Райффайзенбанка**.

Предлагаемая система упражнений состоит из 12 вариантов тригонометрических уравнений, по 8 уравнений в каждом варианте. Система упражнений предназначена для закрепления навыков решения простейших тригонометрических уравнений, а также для развития умений работать с получающимися в результате решения уравнений сериями корней.

Уравнения 1-3 необходимы для закрепления навыков работы с усложненным (линейным) аргументом.

Уравнения 4-6 позволяют научиться исключать из одной серии корней другую - постороннюю.

Уравнение 7 позволяет отработать навыки объединения двух серий корней и записывать их в виде одной серий.

Уравнение 8 позволяет научиться видеть, что одна из серий содержится в другой и выбирать в этом случае для записи правильного ответа нужную серию.

Вариант 1.

1. $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{3}{2}$

2. $\sin \left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{3} \right) + 1 = 0$

3. $2 \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = 1$

4. $\frac{2 \sin x + 1}{2 \cos x + \sqrt{3}} = 0$

5. $\frac{2 \cos x + 1}{2 \sin x + \sqrt{3}} = 0$

6. $\frac{\cos x}{1 - \sin x} = 0$

7. $\sin \frac{x}{2} \cdot (\cos x + 1) = 0$

8. $(\cos x - 1) \left(\operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{4} \right) + 1 \right) = 0$

Вариант 2.

1. $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

2. $\sin \left(4x - \frac{\pi}{6} \right) = 0$

3. $\sqrt{2} \cos \left(\frac{2x}{3} + \frac{\pi}{4} \right) = 1$

4. $\frac{2 \sin x + \sqrt{2}}{2 \cos x - \sqrt{2}} = 0$

5. $\frac{2 \cos x - \sqrt{3}}{2 \sin x + 1} = 0$

6. $\frac{\sin x}{\cos x - 1} = 0$

7. $(\cos 2x + 1) \left(\operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - 1 \right) = 0$

8. $(\cos 3x - 1) \sin \frac{x}{2} = 0$

Вариант 3.

1. $\sin \frac{2x}{3} = 1$

2. $\operatorname{tg} \left(4x + \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{3}$

3. $2 \cos \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{2}$

4. $\frac{2 \sin x + \sqrt{3}}{2 \cos x - 1} = 0$

5. $\frac{2 \cos x - \sqrt{2}}{2 \sin x + \sqrt{2}} = 0$

6. $\frac{1 - \sin 3x}{1 + \sin x} = 0$

7. $\sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \cdot (\sin 2x + 1) = 0$

8. $\sin 3x (\cos x + 1) = 0$

Вариант 4.

1. $\operatorname{tg} \frac{3x}{2} = 0$

2. $\cos \left(5x + \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $2 \sin \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} \right) = 1$

4. $\frac{2 \sin x - \sqrt{2}}{2 \cos x - \sqrt{2}} = 0$

5. $\frac{2 \cos x - 1}{2 \sin x - \sqrt{3}} = 0$

6. $\frac{1 + \cos 4x}{1 - \sin 2x} = 0$

7. $\cos x \cdot (\cos 2x - 1) = 0$

8. $\left(\operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{4} \right) - 1 \right) (\sin x + 1) = 0$

Вариант 5.

1. $\sin \frac{3x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
2. $\operatorname{tg} \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = -5$
3. $4 \cos \left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3}$
4. $\frac{2 \sin x + \sqrt{3}}{2 \cos x + 1} = 0$
5. $\frac{2 \cos x + \sqrt{2}}{2 \sin x + \sqrt{2}} = 0$
6. $\frac{\sin 4x}{\cos 4x - 1} = 0$
7. $\cos \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{12} \right) \cdot \left(\sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) + 1 \right) = 0$
8. $(\cos 4x + 1)(\sin 2x - 1) = 0$

Вариант 6.

1. $\sin \frac{x}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $\operatorname{tg} \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) + 1 = 0$
3. $2 \cos \left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{3} \right) = -1$
4. $\frac{2 \sin x - 1}{2 \cos x + \sqrt{3}} = 0$
5. $\frac{2 \cos x + \sqrt{2}}{2 \sin x - \sqrt{2}} = 0$
6. $\frac{\sin 2x}{\cos 2x - 1} = 0$
7. $\left(\cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - 1 \right) \cdot \left(\sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) - 1 \right) = 0$
8. $(\cos 3x + 1) \cos \frac{x}{2} = 0$

Вариант 7.

1. $\cos 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $\sin\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$
3. $\sqrt{3} \operatorname{tg}\left(\frac{3x}{4} + \frac{\pi}{6}\right) = 1$
4. $\frac{2 \sin x - \sqrt{3}}{2 \cos x + 1} = 0$
5. $\frac{2 \cos x + \sqrt{3}}{2 \sin x - 1} = 0$
6. $\frac{\sin 3x}{\cos 3x - 1} = 0$
7. $(\sin 2x - 1) \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$
8. $\left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 1\right) (\cos 2x + 1) = 0$

Вариант 8.

1. $\cos \frac{3x}{4} = 1$
2. $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{5} - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$
3. $2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} = 0$
4. $\frac{2 \sin x - 1}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$
5. $\frac{2 \cos x - \sqrt{2}}{2 \sin x - \sqrt{2}} = 0$
6. $\frac{\cos 2x}{\sin 2x + 1} = 0$
7. $(1 + \sin x) \cdot \left(1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2}\right) = 0$
8. $\sin 4x \left(\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) = 0$

Вариант 9.

1. $\cos \frac{x}{3} = 0$

2. $\operatorname{tg} \left(\frac{3x}{4} - \frac{\pi}{4} \right) = 1$

3. $2 \sin \left(3x + \frac{\pi}{3} \right) + \sqrt{3} = 0$

4. $\frac{2 \sin x + 1}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$

5. $\frac{2 \cos x - 1}{2 \sin x + \sqrt{3}} = 0$

6. $\frac{\cos 3x}{\cos 2x + 1} = 0$

7. $(\cos 4x + 1) \cdot \sin 2x = 0$

8. $\left(\cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + 1 \right) (\operatorname{tg} x + 1) = 0$

Вариант 10.

1. $\operatorname{tg} \frac{2x}{3} = \frac{1}{2}$

2. $\cos \left(3x + \frac{\pi}{3} \right) = -1$

3. $3 \sin \left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{6} \right) + 1 = 0$

4. $\frac{2 \sin x - \sqrt{2}}{2 \cos x + \sqrt{2}} = 0$

5. $\frac{2 \cos x + 1}{2 \sin x - \sqrt{3}} = 0$

6. $\frac{\sin 3x + 1}{2 \sin x + 1} = 0$

7. $(\cos x - 1) \cdot \cos \frac{x}{2} = 0$

8. $(\sin x - 1) \left(\operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + 1 \right) = 0$

Вариант 11.

1. $\sin 6x = -\frac{1}{2}$

2. $\cos\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 1$

3. $\sqrt{6} \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2}$

4. $\frac{2\sin x + \sqrt{2}}{2\cos x + \sqrt{2}} = 0$

5. $\frac{2\cos x + \sqrt{3}}{2\sin x + 1} = 0$

6. $\frac{1 + \cos 3x}{\sin x} = 0$

7. $\left(\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1\right) \cdot \left(\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 1\right) = 0$

8. $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) (\operatorname{tg} x - 1) = 0$

Вариант 12.

1. $\cos \frac{x}{8} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. $\sin\left(\frac{3x}{5} + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $-\operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$

4. $\frac{2\sin x - \sqrt{3}}{2\cos x - 1} = 0$

5. $\frac{2\cos x - \sqrt{3}}{2\sin x - 1} = 0$

6. $\frac{\sin 6x}{1 - \cos 6x} = 0$

7. $\left(\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) \cdot \left(\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) = 0$

8. $(\sin 3x - 1) \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1\right) = 0$

Вариант 1

1. $x = 3 \operatorname{arctg} \frac{3}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

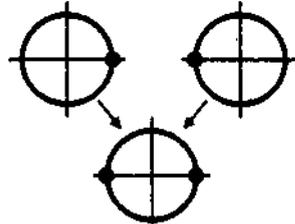
2. $x = -\frac{10\pi}{9} + \frac{8\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

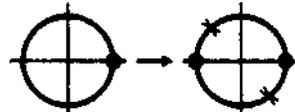
3. $x = \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

4.  $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.  $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.  $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.  $x = \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

8.  $x = \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

Вариант 2

1. $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

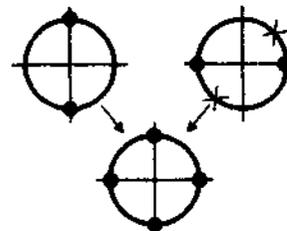
2. $x = \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbf{Z}.$

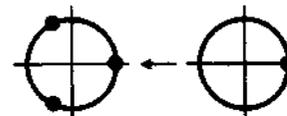
3. $x = \pm \frac{3\pi}{8} - \frac{3\pi}{8} + 3\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

4.  $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.  $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.  $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.  $x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

8.  $x = \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

Вариант 3

1. $x = \frac{3\pi}{4} + 3\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

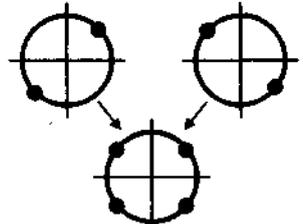
2. $x = -\frac{7\pi}{48} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbf{Z}.$

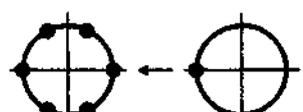
3. $x = \pm \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

4.  $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.  $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.  $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

8.  $x = \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

Вариант 4

1. $x = \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

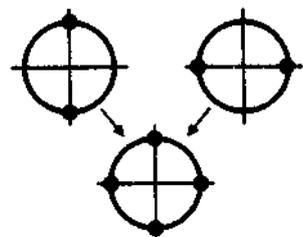
2. $x = \pm \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{15} + \frac{2\pi n}{5}, n \in \mathbf{Z}.$

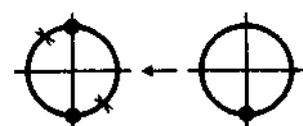
3. $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

4.  $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.  $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.  $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.  $x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

8.  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

Вариант 5

1. $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

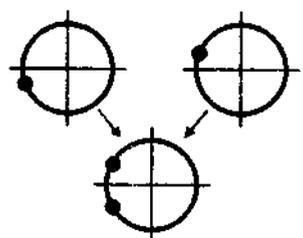
2. $x = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} 5 + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

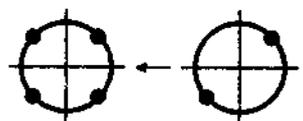
3. $x = \pm 4 \arccos \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{2\pi}{3} + 8\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

4.  $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.  $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

7.  $x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

8.  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

Вариант 6

1. $x = (-1)^n \frac{5\pi}{3} + 5\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

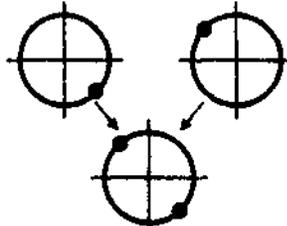
2. $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

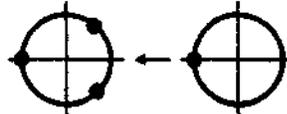
3. $x = \pm \frac{4\pi}{9} + \frac{2\pi}{9} + \frac{4\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

4.  $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.  $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.  $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

8.  $x = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

Вариант 7

1. $x = \pm \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

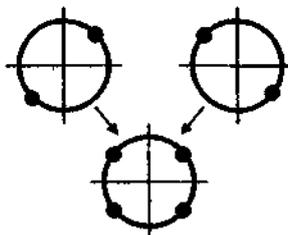
2. $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{4} + 3\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

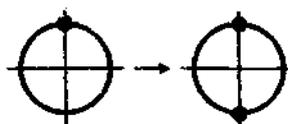
3. $x = \frac{4\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

4.  $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.  $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.  $x = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

7.  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

8.  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

Вариант 8

1. $x = \frac{8\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

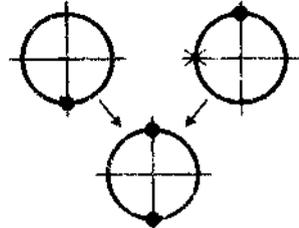
2. $x = \frac{5\pi}{2} + 5\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

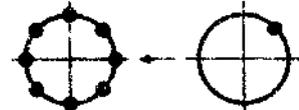
3. $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

4.  $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.  $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.  $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

8.  $x = \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbf{Z}.$

Вариант 9

1. $x = \frac{3\pi}{2} + 3\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

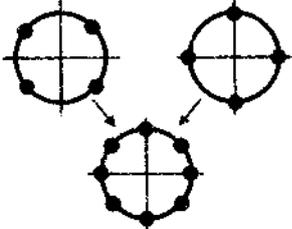
2. $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

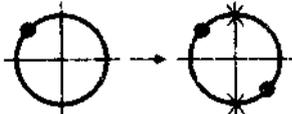
3. $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{9} - \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

4.  $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.  $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.  $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.  $x = \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbf{Z}.$

8.  $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

Вариант 10

1. $x = \frac{3}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \frac{3\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

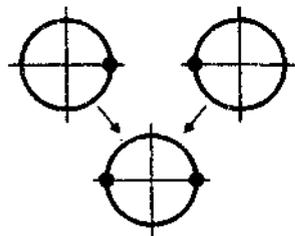
2. $x = \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

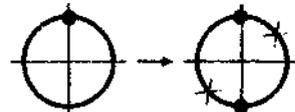
3. $x = (-1)^{n+1} \cdot 4 \arcsin \frac{1}{3} + \frac{2\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

4.  $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.  $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.  $x = \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

8.  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

Вариант 11

1. $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{36} + \frac{\pi n}{6}, n \in \mathbf{Z}.$

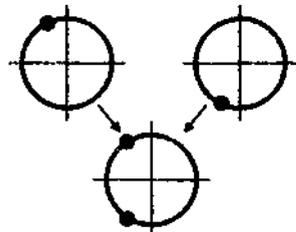
2. $x = \frac{\pi}{10} + \frac{4\pi n}{5}, n \in \mathbf{Z}.$

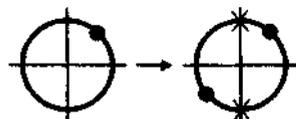
3. $x = 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

4.  $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.  $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.  $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

7.  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

8.  $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

Вариант 12

1. $x = \pm 6\pi + 16\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

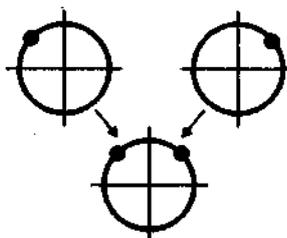
2. $x = (-1)^n \frac{5\pi}{9} - \frac{5\pi}{9} + \frac{5\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

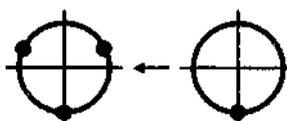
3. $x = -\frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}.$

4.  $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

5.  $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$

6.  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$

7.  $x = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$

8.  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}.$